العنوان: إحصاءات بيز و استخداماتها في اتخاذ القرارات : البحث الثاني

المصدر: المجلة العلمية للاقتصاد والتجارة

الناشر: جامعة عين شمس - كلية التجارة

المؤلف الرئيسي: أبو بكر، عبدالله عبدالحليم أحمد

محكمة: نعم

التاريخ الميلادي: 1978

الصفحات: 293 - 370

رقم MD: 108950

نوع المحتوى: بحوث ومقالات

قواعد المعلومات: EcoLink

مواضيع: النظم المحاسبية، الأساليب الاحصائية، احصاءات بيز، القرارات الادارية، اتخاذ القرارات، النظريات الاقتصادية، محاسبة التكاليف، تكاليف الانتاج، القيمة المتوقعة، الأرباح، الخسائر، الايرادات

رابط: http://search.mandumah.com/Record/108950

إحصاءات «بيز» واستخداماتها فى اتخاذ القرارات

البحث الثانى (*)

للدكتور عبد الله عبد الحليم أحمد أبو بكر
أستاذ الاحصاء والرياضة والتامين المساعد
كلية التجارة — جامعة عين شمس

مقـــدمة :

ان الغرض الرئيسى من هــذا البحث هو تقديم فكرة مبسطة وان كانت متكاملة عن طرق الاحصاء التى تعتبر حديثة نوعا ما ؛ والتى لم يتناولها بالشرح والدراســة غالبية الكتاب والمؤلفين العــرب ، والتى يطلق عليهــا عادة اسم « احصاءات بيز » والخاصة بمشكلة اتخاذ القرارات تحت ظروف عدم التأكد والتى تسود الحياة العملية بصفة عامة . كما يأمل الباحث أن يؤدى تطبيق هذا الأسلوب الاحصائى ليس فقط الى ترشيد القرارات الادارية ؛ بل الى تخفيض تكلفة الحصول على المعلومات اللازمة لاتخاذ هذه القرارات ؛ وبوجه خاص عن طريق تصغير حجوم العينات اللازمة للحصول على هذه المعلومات ؛ كما سيتضح من الأجزاء التالية .

طبقا لهذه النظرية ؛ يفترض وجود أكثر من وسيلة لحل المشكلة التى يقابلها متخذ القرارات فى أى موقف ، وعليه أن يختار الوسيلة الملائمة من بين هــذه الوسائل فى ضوء المعلومات المتاحة له ، وأن نتيجة كل اختيار تعتمد على حالة الطبيعة التى يحاول متخذ القرارات أن يحددها ولكن دون أن يكون متأكدا منها تماما .

(*) نشر الجزء الاول من هذا البحث (من ص ٣ الى ص ٣٩) فى مجلة التكاليف العدد الاول ، السنة الرابعة ، يناير ١٩٧٥ فى الصفحات من (٧٩) الى (١١٥) . وقد كان للتشجيع الكبير الذى قابله الباحث من عدد من زملائه واساتذته ؛ اكبر الاثر فى دفع الباحث الى استكمال هذا البحث — بعد اعادة صياغة الجزء الاول منه والسابق نشره — راجيا من الله ان يصادف هذا البحث الجديد مثل حظ نصيب البحث الاول من القبول والتوفيق .

ان الفكرة الأساسية وراء نظرية « بيز » تعتبر من الناحية النظرية بسيطة للغاية ؛ حيث يبدأ الباحث أولا باعطاء احتمالات معينة لمجموعة من الحوادث التنافية ، ثم عن طريق تطبيق نظرية « بيز » ؛ تعدل هذه الاحتمالات فى ضوء المعلومات الجديدة التى توفرت للباحث . ويطلق على الاحتمالات التى تم تحديدها أولا لفظ « الاحتمالات القبلية Prior Probabilities » ؛ وذلك لأن قيمهم قد حددت قبل الحصول على الأدلة أو المعلومات الجديدة الخاصة بالمشكلة موضع البحث ، وهذه المعلومات أو الأدلة الجديدة يتوصل اليها عادة عن طريق أخذ العينات . ويطلق على الاحتمالات المعدلة لفظ « الاحتمالات البعدية «Posterior Probabilities

أن الصفة المميزة لاحصاءات بيز ؛ هى أنها تأخذ فى الحسبان ــ وبأهمية كبيرة ــ قيم الاحتمالات القبلية ، أو الأدلة السابقة ؛ فى حين أن نظرية الاحصاءات الكلاسيكية لا تأخذ عادة مثل هذه الاحتمالات فى الحسبان ، واذا استخدمتها فيكون ذلك بطريقة غير مباشرة . وكما سيتضح فيما بعد ؛ فان نظرية الاحصاءات الكلاسيكية ونظرية بيز قد يصلان الى نفس النتيجة ؛ ولكن تحت شروط قاسية ودقيقة فقط .

واذا كان هناك خلاف حول أسلوب بيز فى اتخاذ القرارات ؛ فان هذا الخلاف يتركز أساسا حول أهمية الاحتمالات القبلية ؛ ولكن الكاتب لن يخوض فى تحليل أوجه نظر هذا الخلاف ؛ حيث أن هذا التحليل يكون ذو معنى أشمل وأدق فى ضوء مشكلة معينة بالذات .

ولكن من الملاحظ أنه توجد مشكلات كثيرة فى الحياة العملية التى يمكن حلها عن طريق نظرية بيز . ومثال ذلك أن مدير الانتاج ذو الخبرة الطويلة يكون عنده دائما فكرة واضحة عن كمية الوحدات المعيبة التى سوف تنتج فى كل مرحلة انتاج ؛ حتى قبل أن تبدأ عملية الانتاج نفسها . ان مثل هذا المدير يستطيع أن يبنى قيم احتمالاته القبلية على ضوء تجاربه السابقة الكثيرة فى مثل هذه العمليات الانتاجية . أما اذا كانت عملية الانتاج موضع البحث حديثة؛ فيكون تقديره لقيم الاحتمالات القبلية فى ضوء ما يعلمه عن مدى خبرة ومهارة القائمين بضبط وتعديل الماكينات تحت رئاسته . ويمكنه بعد ذلك أن يقلل من

درجة المخاطرة أو عدم التأكد «Degree of Uncertainty» عن طريق أخذ عينة من الانتاج قبل بدء الدورة الانتاجية ، وكما أن حجم العينـة المطلوب لتحقيق درجة معينة من الثقة ؛ عـادة ما يكون أقل لو أخـذت الاحتمالات القبليـة فى الحسبان ، عما لو أهملت هذه الاحتمالات تماما ـ وبالطبع كلما كانت تكلفة وحدة المعاينة كبيرة ؛ كلما زادت أهمية هذه الحقيقة .

والمهم أن يلاحظ هنـا أن طبيعة الاحتمالات القبلية ؛ تتمثل فى أنها نوع من الاحتمالات الذاتية ؛ أى أن قيم الاحتمالات القبلية التى يحددها شخص ما لحدث معين قد تختلف عن القيم التى يحـددها شخص آخر لنفس الحدث . وعلى كل فمن النادر مهما كانت وسيلة الاحصاء المستخدمة ؛ أن يكون الانســان متأكدا تماما من حقيقة طبيعة الأشياء التى تنتج عنها الظواهر المختلفة التى يلاحظها الفرد . ان فروض كثيرة يمكن وضعها خاصة بالتوزيعات الاحتمالية ، مثلما يحدث عند اختبارات الفروض ؛ حسب نظرية الاحصاءات الكلاسيكية ـ ولكن توجد دائما بعض الشكوك حول مدى صحة هذه الفروض . مثلا عند تقدير قيمة احتمال ظهور وجه قطعة النقود عند رميها مرة واحدة ، تعطى القيمة ($\frac{١}{٢}$) . ويفترض هنـا أن قطعة النقود كاملة التوازن ، وان الفرص متكافئة أمـام ظهور الحدثين (الحصول على وجه ، والحصول على ظهر) ؛ ولكن هل يتيسر الحصول على هذين الفرضين دائما ؟! .

وعلى ذلك يمكن القول بأن الناحية الذاتيـة توجـد تقريبـا فى كل تحليل احصائى وان كانت الاحصاءات الكلاسيكية تحاول أن تقلل منها بقدر الامكان . وعلى العكس من ذلك تحاول نظرية بيز أن تستخدم هذه الفكرة بدرجة كبيرة . وبمعنى آخر ؛ تعطى نظرية بيز أهمية كبيرة للخبرة السـابقة فى حل المشكلات العمليـة .

الاحتمالات الشرطية ونظرية بيز :

بفرض تقسيم عينة فراغ (س) «Sample Space» بطريقتين : الطريقة الأولى حسب الصفة أو مجموعة الأحداث المتنافية (ا) ؛ وأخذت التقسيمات ($ا_١$ ، $ا_٢$ ، $ا_٣$ ، ... ، $ا_ن$) . والطريقة الثانية حسب الصفة أو مجموعة الأحداث المتنـافية

(ب) ، وأخذت التقسيمات ($ب_1$ ، $ب_2$ ، $ب_3$ ، ... ، $ب_ل$) ؛ وذلك كما هو موضح فى جدول (١) التـالى :

الصفة الأولى	الصفة الثانية				
	$ب_1$	$ب_2$	$ب_3$	....	$ب_ل$
$أ_1$	$ن_{11}$	$ن_{21}$	$ن_{31}$	....	$ن_{1ل}$
$أ_2$	$ن_{12}$	$ن_{22}$	$ن_{32}$	....	$ن_{2ل}$
...	...	...	...	....	...
...	...	...	...	....	...
$أ_ر$	$ن_{ر1}$	$ن_{ر2}$	$ن_{ر3}$	....	$ن_{رل}$

(جدول ١)

ويلاحظ فى جـدول (١) السابق ، أن كل ($ن_{هـ د}$) عبـارة عن الوحـدات الموجودة فى عينة الفراغ (س) التى تتمتع بالصفة ($أ_{هـ}$) وفى نفس الوقت تتمتع بالصفة ($ب_د$) .

وعلى ذلك يجب أن يكون من الواضح أنه بالنسبة لأى حدثين ($أ_{هـ}$) ، ($ب_د$) ؛ يكون الاحتمال الشرطى [ح($أ_{هـ}$ / $ب_د$)] مساويا للآتى :

$$ح(أ_{هـ} / ب_د) = \frac{ح(أ_{هـ} \cap ب_د)}{ح(ب_د)}$$

$$= \frac{ح(أ_{هـ} \cap ب_د)}{ح(أ_1 \cap ب_د) + ح(أ_2 \cap ب_د) + \cdots + ح(أ_ر \cap ب_د)}$$

$$= \frac{ح(أ_{هـ} \cap ب_د)}{\left[\sum_{هـ=1}^{ر} ح(أ_{هـ} \cap ب_د)\right]} \qquad (1)$$

وبما أنه يمكن تحديد قيمة الاحتمال المشترك [ب ($\text{أ}_{\text{هـ}} \cap \text{ب}_{\text{د}}$)] بطريقة أخرى كالآتى :

$$\text{ع}\,(\text{أ}_{\text{هـ}} \cap \text{ب}_{\text{د}}) = \text{ع}\,(\text{ب}_{\text{د}} / \text{أ}_{\text{هـ}}) \times \text{ع}\,(\text{أ}_{\text{هـ}}) \qquad (٢)$$

وبما أنه بالنسبة لأى ($\text{أ}_{\text{م}}$) ؛ يكون :

$$\text{ع}\,(\text{أ}_{\text{م}} \cap \text{ب}_{\text{د}}) = \text{ع}\,(\text{ب}_{\text{د}} / \text{أ}_{\text{م}}) \times \text{ع}\,(\text{أ}_{\text{م}})$$

فــان :

$$\sum_{\text{م}=١}^{\text{ن}} \text{ع}\,(\text{أ}_{\text{م}} \cap \text{ب}_{\text{د}}) = \sum_{\text{م}=١}^{\text{ن}} \left[\text{ع}\,(\text{ب}_{\text{د}} / \text{أ}_{\text{م}}) \times \text{ع}\,(\text{أ}_{\text{م}})\right] \qquad (٣)$$

وبالتعويض عن الحد الأيسر للمعادلة (١) ، كما يحصل عليه من المعــادلتين (٢ ، ٣) ؛ نصل الى الصورة العامة لنظرية بيز ؛ كالآتى :

$$\text{ع}\,(\text{أ}_{\text{هـ}} / \text{ب}_{\text{د}}) = \frac{\text{ع}\,(\text{ب}_{\text{د}} / \text{أ}_{\text{هـ}}) \times \text{ع}\,(\text{أ}_{\text{هـ}})}{\sum_{\text{م}=١}^{\text{ن}} \left[\text{ع}\,(\text{ب}_{\text{د}} / \text{أ}_{\text{م}}) \times \text{ع}\,(\text{أ}_{\text{م}})\right]} \qquad (٤\text{أ})$$

وبالمثل يكون :

$$\text{ع}\,(\text{ب}_{\text{د}} / \text{أ}_{\text{هـ}}) = \frac{\text{ع}\,(\text{أ}_{\text{هـ}} / \text{ب}_{\text{د}}) \times \text{ع}\,(\text{ب}_{\text{د}})}{\sum_{\text{ط}=١}^{\text{ل}} \left[\text{ع}\,(\text{أ}_{\text{هـ}} / \text{ب}_{\text{ط}}) \times \text{ع}\,(\text{ب}_{\text{ط}})\right]} \qquad (٤\text{ب})$$

نظرية بيز مع استخدام مثال من توزيع ذو الحدين :

ان الطرق الأساسية لتطبيق نظرية بيز فى اتخاذ القرارات الادارية ؛ يمكن شرحها باستخدام مثال مبسط للرقابة على الانتاج* .

افترض وجود ماكينة انتاج سوف تستخدم فى انتاج (١٠٠٠) وحـدة من منتج معين ؛ ولكن يوجد شك حول مدى دقة ضبطها ؛ مما قد يؤثر على جـودة المنتجـات .

وافترض أيضا أن عدد الوحدات المعيبة يرتبط بمدى دقة ضبط هذه الماكينة ؛ ومن ثم فالمطلوب الحصول على معلومات عن نسبة الوحـدات المعيبة قبل البدء

* يوجد مثال مشابه لذلك فى الفصل (٢١) من كتاب روبرت شليفر والفصل الأول من كتاب هارى روبرت .

فى عملية الانتاج نفسها ، وذلك لأنه من المربح للمؤسسة الاستعانة بخبير فى ضبط الآلات اذا كانت نسبة الوحدات المعيبة عالية بدرجة كافية ، أما اذا كانت نسبة الوحدات المعيبة صغيرة ؛ فيكون من الأربح للمؤسسة عدم الاستعانة بهذا الخبير — حيث أن أجره سوف يكون أكبر من الخسارة الناتجة عن وجود بعض الوحدات المعيبة — وليس من المهم هنا تحديد نسبة الوحدات المعيبة التى يصبح عندها الاستعانة بخدمات هذا الخبير ضرورية .

ويمكن النظر الى عملية الانتاج هذه كما ينظر الى عملية رمى قطعة النقود عدد من المرات ؛ حيث أن احتمال الحصول على وجه قطعة النقود فى رمية معينة = ح . وعلى ذلك يكون عدد أوجه قطعة النقود التى تظهر فى العدد «ن» من مرات الرمى ؛ توزيع ذو حدين ولها قيمة متوقعة = ح × ن .

فى مثال ضبط الآلة هذا افترض أن احتمال الحصول على أية قطعة معيبة = حـ ، كذلك افترض أن قيمة هذا الاحتمال قد تأخذ أى من ثلاث قيم محددة ؛ أى أن (حـ) يعتبر متغيرا عشوائيا ؛ ولذلك سوف يرمز له بالرمز (حـ~) . وافترض أيضا أن القيم الثلاث الممكن أن يأخذها هذا المتغير العشوائى (حـ~) هى فقط :

حـ~ = ٠,٠٥ ، ٠,١٠ ، ٠,١٥ أى أن نسبة عدد الوحدات المعيبة الى الانتاج الكلى قد تكون :

٥٪ أو ١٠٪ أو ١٥٪ .

افترض أيضا أن مدير الانتاج قام بمراجعة نسب الوحدات المعيبة فى المرات السابقة التى قام فيها عماله بعمل ضبط مبدئى للآلات قبل كل عملية انتاج (١٠٠٠) وحدة من السلعة . وافترض أيضا عدم حدوث تغير فى عملية الانتاج أو فى مهارة القائمين بضبط الآلات . كذلك افترض أنه وجد من هذه الدراسة أن التكرارات النسبية لكل نسبة من النسب الثلاث للواحدات المعيبة كانت كالموضح فى جدول (٢) التالى :

نسبة الوحدات المعيبة	٠,٠٥	٠,١٠	٠,١٥	المجموع
التكرارات النسبية (ع)	٠,٥	٠,٣	٠,٢	١,٠٠

جدول (٢)

وعلى ذلك يمكن افتراض أن قيمة احتمال الحصول على أية نسبة من نسب الوحدات المعيبة يساوى التكرار النسبى لهـذه النسبة . أى أن قيمة احتمال الحصول على (٥٪) من الوحدات معيبة = ٠٫٥٠ ، وبالمثل [ع (جـ = ٠٫١٠) = ٠٫٣ ، ع (جـ = ٠٫١٥) = ٠٫٢] . وذلك بالطبع مع افتراض عدم توفر أى معلومات أخرى جديدة لدى هذا المدير قبل بدأ عملية الانتاج .

وفى هذا المجال يلاحظ أنه يمكن لمدير الانتـاج أن يعدل من قيم هـذه الاحتمالات اذا رأى مثلا أن عمال ضبط الآلات أصبحوا أكثر خبرة ، أو أن عملية الانتاج الجديدة تختلف فى بعض النواحى عن العمليات السابقة . ولكن لتبسيط الأمور ؛ افترض أن مدير الانتاج لن يجرى أى تعديلات على قيم هذه الاحتمالات ، وأنه لم يحدث أى تغير يدعو لذلك .

افترض أيضا أن مدير الانتاج يرغب فى زيادة معلوماته فطلب انتاج عينة حجمها عشرون وحدة (ن = ٢٠) من هذه السلعة ؛ ثم أختبر جودتهم فتبين أن ثلاث وحدات من هذه العينة (ر = ٣) كانت معيبة . ومن ثم أصبحت المشكلة الآن عبارة عن تحليل نتائج هذه العينة عن طريق استخدام نظريته بيز ؛ أى تحديد قيم الاحتمالات البعدية .

وعلى ذلك يمكن افتراض أن خط تفكير مدير الانتاج ؛ اذا كان يستخدم نظرية بيز سوف يكون كالآتى .

سوف يفترض هذا المدير أولا أن نسبة الوحدات المعيبة الحقيقية : جـ = ٠٫٠٥ ؛ اذا ما هى قيمة الاحتمال الشرطى لامكانية «Likelihood» الحصول على ثلاث وحدات معيبة (ر = ٣) من عينة حجمها (ن = ٢٠) ، اذا علم أن نسبة الوحدات المعيبة هى : ٠٫٠٥ .

بالطبع يتذكر القارىء من دراسته السابقة لتوزيع ذو الحدين ؛ أنه اذا كانت قيمة احتمال الحصول على حدث معين فى أى تجربة واحدة = ع ، وأن احتمال عدم الحصول على هذا الحدث = ١ ــ ع ؛ فان احتمال الحصول على عدد (ر) من هذا الحدث فى عينة حجمها (ن) ؛ يمكن التعبير عنه كالآتى :

$$ع(ر) = \frac{ن!}{(ن - ر)!\, ر!} \times ع^{ر} \times (١ - ع)^{(ن - ر)} \qquad (٥)$$

وعلى ذلك يكون :

$$ع(ر = ٣/ح = ٠,٠٥) = \frac{٢٠!}{١٧!\, ٣!}\,(٠,٠٥)^{٣}\,(٠,٩٥)^{١٧}$$

وبدلا من القيام بعملية الحساب المطولة هذه ؛ يمكن للقارىء أن يلجأ مباشرة الى جدول توزيع ذو الحدين ، فيجد تحت :

$ن = ٢٠$ ، $ر = ٣$ ، $\bar{ح} = ٠,٠٥$ أن قيمة :

$$ع(ر = ٣/\bar{ح} = ٠,٠٥) = ٠,٠٥٩٦$$

وبالمثل يمكن تحديد امكانية الحصول على ثلاث وحدات معيبة فقط من عينة حجمها = ٢٠ وحدة ؛ اذا كانت قيمة المتغير العشوائى ($\bar{ح}$) الحقيقية = ٠,١٠ ، أو ٠,١٥ ، فنجد أن :

$$ع(ر = ٣/\bar{ح} = ٠,١٠) = ٠,١٩٠١$$

$$ع(ر = ٣/\bar{ح} = ٠,١٥) = ٠,٢٤٢٨$$

ويلاحظ أن الاحتمالات التى سبق تحديدها على أساس التكرارات النسبية للمتغير العشوائى ($\bar{ح}$) قد سميت « الاحتمالات القبليــة » ، والمطلوب الآن تعديل قيم هذه الاحتمالات القبلية ، فى ضوء امكانيات الحصول على نتــائج العينة السابق حسابها ؛ لنصل الى الاحتمالات البعـدية ــ وهذا ما تحــدده نظرية بيز .

ان الاحتمالات البعدية تعتبر أيضا نوعا من الاحتمالات الشرطية ، بمعنى أن مدير الانتــاج يريد أن يعرف ــ بعد أخذ العينــة ــ قيمة الاحتمال الشرطى أن المتغير العشوائى ($\bar{ح}$) يأخــذ قيمة معينــة ($\bar{ح}$ = ٠,٠٥ ، ٠,١٠ ، ٠,١٥) اذا علمت قيم الاحتمالات القبلية (ع) والمعلومات الجديدة ، وهى أنه قد ظهرت

ثلاث وحدات معيبة بالضبط فى عينـــة حجمها = ٢٠ وحـــدة . وعلى ذلك الاحتمالات البعدية ؛ هى الاحتمالات الشرطية الآتية :

ع (ح = ٠٫٠٥ / ر = ٣) ، ع (ح = ٠٫١٠ / ر = ٣) ، ع (ح = ٠٫١٥ / ر = ٣)

وعلى ذلك فانه اذا أخذت مثلا حالة (ح = ٠٫٠٥) ؛ فنجد أن أحد طرق حساب قيمة [ع (ح = ٠٫٠٥ / ر = ٣)] تكون عن طريق حســاب الاحتمال المشترك للحصول على (ح = ٠٫٠٥) ، والحصـــول على ثلاث وحدات معيبة بالضبط من بين وحدات عينة حجمها (٢٠) وحدة عندما تكون (ح = ٠٫٠٥) ، ثم قسمة هذا الاحتمال المشترك على قيمة الاحتمال غير الشرطى للحصول على ثلاث وحدات معيبة بالضبط من بين عينة حجمها (٢٠) وحدة ؛ أى أن :

ع (ح = ٠٫٠٥ / ر = ٣) = ع (ح = ٠٫٠٥ ، ر = ٣) ÷ ع (ر = ٣)

مع العـــلم بأن :

ع (ر = ٣) = ع (ح = ٠٫٠٥ ، ر = ٣) + ع (ح = ٠٫١٠ ، ر = ٣) + ع (ح = ٠٫١٥ ، ر = ٣) .

ولكن يجب أن يلاحظ هنا أن قيم الاحتمالات المشتركة غير معلومة مباشرة ؛ ولذلك يلزم اللجوء الى نظرية بيز ؛ حيث يمكن حساب قيم هـــذه الاحتمالات المشتركة من قيم [ع (ر = ٣ / ح̄ = ح)] والاحتمالات غير الشرطيـــة ؛ وهى الاحتمالات القبلية ؛ والتى سوف يرمز لها بالرمز : ع. (ح̄ = ح) ــ حيث أن الصفر أسفل (ع) يعبر عن أنها احتمال قبـــلى ؛ فى حين يســـتخدم الرمز (١) أســـفل (ع) للدلالة على الاحتمالات البعـــدية . ومن ثم يمكن حســـاب قيم الاحتمالات المشتركة كالآتى :

ع (ح̄ = ٠٫٠٥ ، ر = ٣) = ع (ر = ٣ / ح̄ = ٠٫٠٥) × ع. (ح̄ = ٠٫٠٥)

= ٠٫٠٥٩٦ × ٠٫٥ = ٠٫٠٢٩٨

ع (ح̄ = ٠٫١٠ ، ر = ٣) = ع (ر = ٣ / ح̄ = ٠٫١٠) × ع. (ح̄ = ٠٫١٠)

= ٠٫١٩٠١ × ٠٫٣ = ٠٫٠٥٧٠

$$\text{ع}(\bar{\text{ح}} = ٠,١٥ \text{ ، } \text{ر} = ٣) = \text{ع}(\text{ر} = ٣ / \bar{\text{ح}} = ٠,١٥) \times \text{ع}(\bar{\text{ح}} = ٠,١٥) = ٠,٢٤٢٨ \times ٠,٢ = ٠,٠٤٨٦$$

وبعد ذلك يكون من الواضح كيفية تطبيق نظرية بيز بسهولة كالآتى :

$$\text{ع}(\bar{\text{ح}} = ٠,٠٥ / \text{ر} = ٣) = \frac{\text{ع}(\text{ح} = ٠,٠٥ \text{ ، } \text{ر} = ٣)}{\text{ع}(\text{ر} = ٣)}$$

$$= \frac{\text{ع}(\text{ر} = ٣ / \bar{\text{ح}} = ٠,٠٥) \times \text{ع}(\bar{\text{ح}} = ٠,٠٥)}{\text{ع}(\text{ر} = ٣ / \bar{\text{ح}} = ٠,٠٥)\,\text{ع}(\bar{\text{ح}} = ٠,٠٥) + \text{ع}(\text{ر} = ٣ / \bar{\text{ح}} = ٠,١٠)\,\text{ع}(\bar{\text{ح}} = ٠,١٠) + \text{ع}(\text{ر} = ٣ / \bar{\text{ح}} = ٠,١٥)\,\text{ع}(\bar{\text{ح}} = ٠,١٥)}$$

$$= \frac{٠,٠٢٩٨}{٠,٠٢٩٨ + ٠,٠٥٧٠ + ٠,٠٤٨٦} = \frac{٠,٠٢٩٨}{٠,١٣٥٤} = ٠,٠٢٠١$$

وبالمثل نجد أن :

$$\text{ع}(\bar{\text{ح}} = ٠,١٠ / \text{ر} = ٣) = \frac{٠,٠٥٧٠}{٠,١٣٥٤} = ٠,٤٢١٢$$

$$\text{ع}(\bar{\text{ح}} = ٠,١٥ / \text{ر} = ٣) = \frac{٠,٠٤٨٦}{٠,١٣٥٤} = ٠,٣٥٨٧$$

ومن الممكن تفسير ما توصلنا اليه حتى الآن فى صورة تكرارات الآجل الطويل كالآتى :

افترض أولا أنه قد أمكن الحصول على عدد لا نهائى من دورات الانتاج ، وأن جميع هذه الدورات قد تمت تحت نفس الظروف مثل الحالة السابق دراستها ، وأن الماكينات قد تم ضبطها قبل كل دورة . وافترض أيضا أن عينة حجمها (٢٠) وحدة تم فحصها قبل كل دورة من هذه الدورات . فسوف نجد

أنه من بين جميع هذه العينات كان يوجد (١٣،٥٤ ٪) منها تحتوى على ثلاث وحدات معيبة بالضبط [قيمة الاحتمال غير الشرطى : ح (ر = ٣)] .

فاذا فحصت الحالات التى كان بها ثلاث وحدات معيبة بالضبط (كما لوحظ فى العينة الحالية) ؛ فسوف نجد أن المتغير العشوائى (حَ = ٠،٠٥) يحدث فى (٢٢،٠١ ٪) من هذه الحالات ، (حَ = ٠،١٠) فى (٤٢،١٢ ٪) من هذه الحالات، (حَ = ٠،١٥) فى (٣٥،٨٧ ٪) من هذه الحالات .

ويلاحظ أيضا أن ما أمكن تحقيقه من تعديل الاحتمالات القبلية فى ضوء المعلومات الجديدة التى تحصلنا عليها من العينة لنصل الى الاحتمالات البعدية ؛ هو اعطاء وزن أكبر لاحتمال الحصول على ضبط غير دقيق للآلات (حَ = ٠،١٠ ، ٠،١٥) ، واعطاء وزن أصغر لاحتمال الحصول على ضبط دقيق للآلات (حَ = ٠،٠٥) ؛ بعكس الحال فى الاحتمالات القبلية . وسوف يتضح فيما بعد أثر هذا التعديل على القرارات الممكن اتخاذها .

القيمة المتوقعة وحجم العينة :

بالنسبة لنظرية بيز يوجد نوعين من القيم المتوقعة التى تعنينا بوجه خاص فى هذا الصدد ؛ وهما :

(ا) القيمة المتوقعة المبنية على أساس من الاحتمالات القبلية ؛ وسوف يرمز لها بالرمز : $ن_{.}$ (حَ) .

(ب) القيمة المتوقعة المبنية على أساس الاحتمالات البعدية ؛ وسوف يرمز لها بالرمز : $ن_{١}$ (حَ) .

وعلى ذلك تكون القيم المتوقعة لضبط الماكينات فى المثال السابق ؛ كما هى موضحة فى جدول (٣) التـــالى :

ح̄ = ح	ع.(ح̄ = ح)	ح̄ × ع.(ح̄ = ح)	ع١(ح̄ = ح)	ح̄ × ع١(ح̄ = ح)
٠,٠٥	٠,٥	٠,٠٢٥	٠,٢٢٠	٠,٠١١
٠,١٠	٠,٣	٠,٠٣٠	٠,٤٢١	٠,٠٤٢
٠,١٥	٠,٢	٠,٠٣٠	٠,٣٥٩	٠,٠٥٤
المجموع	١,٠٠	٠,٠٨٥ =	١,٠٠٠	٠,١٠٧ =
		ف.(ح̄)		ف١(ح̄)

(جدول ٣)

يلاحظ من الجدول السابق أنه نتيجة لأخذ العينة ؛ قد زادت القيمة المتوقعة للمتغير (ح̄) المبنيـة على أساس الاحتمالات البعدية عن مثيلتـها المبنيـة على الاحتمالات القبلية ؛ أى أنه يوجد احتمال أكبر للحصول على المستوى الردىء لضبط المـاكينات . وبسهولة يمكن القارىء أن يتحقق من أن الحال سوف يكون العكس لو أن نتيجة العينة كانت مثلا أنه لا توجد أية وحدات معيبة بها .

وقبل الانتقـال الى نقطة أخرى ؛ يجب أن يكون واضحا للقـارى أن قيم الاحتمالات البعدية تتوقف على نسبة المعيب لحجم العينة الكلى . وبمعنى آخر ؛ أن توزيع الاحتمالات البعدية يعتبر دالة لحجم العينة . ولتوضيح ذلك بطريقـة أكثر دقة ؛ افترض الحالتين الآتيتين :

(أ) تم أخذ عينة حجمها (١٠) وحدات فقط ، ووجد بها وحدة واحـدة معيبة ؛ أى أن : ن = ١٠ ، ر = ١

(ب) تم أخذ عينة حجمها (٢٠) وحدة فقط ، ووجد بها وحدتين معيبتين ؛ أى أن : ن = ٢٠ ، ر = ٢

وعلى ذلك يمكن حساب قيم الاحتمالات البعدية والقيم المتوقعة لكلا من هاتين الحالتين ؛ كما هو موضح بالجدولين (٤ ، ٥) التاليين :

أ – حالة : ن = ١٠ ، س = ١

ح̄ = ح	ع.(ح̄ = ح)	ع (س = ١/ح̄ = ح)	ع(س = ١/ح̄ = ح) × ع.(ح̄ = ح)	ع١(ح̄ = ح)	ن١(ح̄ = ح) = ح̄ × ع١(ح̄ = ح)
٠,٠٥	٠,٥٠	٠,٣١٥١	٠,١٥٧٦	٠,٤٥٩	٠,٠٢٣
٠,١٠	٠,٣٠	٠,٣٨٧٤	٠,١١٦٢	٠,٣٣٩	٠,٠٣٤
٠,١٥	٠,٢٠	٠,٣٤٧٤	٠,٠٦٩٥	٠,٢٠٢	٠,٠٣٠
المجموع	١,٠٠٠		ح (س = ١) = ٠,٣٤٣٣	١,٠٠٠	ن١(ح̄) = ٠,٠٨٧

(جدول ٤)

ب – حالة : ن = ٢٠ ، س = ٢

ح̄ = ح	ع.(ح̄ = ح)	ع (س = ٢/ح̄ = ح)	ع(س = ٢/ح̄ = ح) × ع.(ح̄ = ح)	ع١(ح̄ = ح)	ن١(ح̄ = ح) = ح̄ × ع١(ح̄ = ح)
٠,٠٥	٠,٥٠	٠,١٨٨٧	٠,٠٩٤٤	٠,٤١٨	٠,٠٢١
٠,١٠	٠,٣٠	٠,٢٨٥٢	٠,٠٨٥٦	٠,٣٧٩	٠,٠٣٨
٠,١٥	٠,٢٠	٠,٢٢٩٣	٠,٠٤٥٨	٠,٢٠٣	٠,٠٣٠
المجموع	١,٠٠٠		ح (س = ٢) = ٠,٢٢٥٧	١,٠٠٠	ن١(ح̄) = ٠,٠٨٩

(جدول ٥)

من استعراض النتائج السابقة يلاحظ الآتى :

١ ــ القيمة المتوقعة للمتغير ($\bar{ح}$) المبنية على أساس الاحتمالات البعدية تقترب من نسبة الوحدات المعيبة الموجودة فى العينة(١٠٪)كلما زاد حجم العينة .

٢ ــ يقل تشتت توزيع الاحتمالات البعدية كلما زاد حجم العينة . وتلاحظ هذه النقطة بطريقة أوضح اذا رجع الى قيم الانحرافات المعيارية لهذه التوزيعات ؛ حيث نجد أن الانحراف المعيارى للاحتمالات البعدية المحسوبة من عينة حجمها = ١٠ هو : $\sigma_{1}(\bar{ح})$ = ٠٫٠٣٨٦ ، فى حين أن الانحراف المعيارى للاحتمالات البعدية المحسوبة من عينة حجمها = ٢٠ هو : $\sigma_{2}(\bar{ح})$ = ٠٫٠٣٧٩

ومعنى ذلك أن درجة عدم الثقة كما تقاس بقيم هذه الانحرافات المعيارية تقل بزيادة حجم العينة . وعلى كل يجب المفاضلة دائما بين فوائد زيادة حجم العينة ؛ أى تقليل درجة عدم التأكد ؛ وبين زيادة التكاليف المترتبة على أخذ عينات أكبر حجما .

جداول الدفع والخسائر الشرطية Pay-off Tables:

(١) جداول الدفع :

من أول وهلة يتضح أنه مادام هناك حاجة لاتخاذ قرار معين ؛ فمعنى ذلك وجود أكثر من طريقة أو [illegible]كن اختيار أحدهم لحل المشكلة موضع البحث . وأكثر من هذا يفترض أن كل حل أو طريق أو قرار معين يتخذ ؛ سوف يكون له على الأقل نتيجة واحدة . فاذا لم يكن هناك أى شك حول أى حدث سوف يسود ؛ فيكون هناك نتيجة واحدة فقط لكل قرار . وبما أن نتائج كل قرار سوف تكون معلومة مقدما بالتأكيد ؛ فمن الطبيعى أن يختار متخذ القرارات دائما ؛ القرار أو الطريق الذى يوصله الى أحسن نتيجة . وفى مثل هذه الحالات لا تضيف الطرق الاحصائية جديدا لمساعدة متخذ القرارات .

ولكننا نعنى هنا بدراسة المشكلات التى يوجد بها شك حول أى من الأحداث سوف يسود . فى مثل هذه الحالات نجد أن نتيجة كل قرار أو حل يختاره متخذ

القرارات سوف تتوقف فى الواقع على هذا الحدث غير المؤكد الذى سوف يسود حالة الطبيعة . ومن الممكن توضيح طبيعة هذه المشكلات فى شكل جدول مثل الجدول (٦) التالى :

		القرار	
		ق١	ق٢
الحدث	أ١	ت١١	ت١٢
	أ٢	ت٢١	ت٢٢

جدول (٦)

ويسمى مثل هذا الجدول أحيانا « مصفوفة القرارات » ولكن الكاتب يفضل أن يستخدم هنا اسم « جدول الدفع » .

ويلاحظ أن جدول الدفع (٦) السابق ؛ يوضح قرارين هما (ق١ ، ق٢) ، وحدثين هما (أ١ ، أ٢) ؛ ومن ثم توجد أربعة نتائج محتملة هى (ت١١ ، ت٢١ ، ت١٢ ، ت٢٢) . أى نتيجة لكل قرار وحدث مشتركين . مثلا (ت١٢) عبارة عن نتيجة القرار الثانى اذا وقع الحدث الأول ، ... وهكذا .

من الممكن شرح كيفية استخدام جداول الدفع بطريقة مبسطة ؛ بالرجوع الى المثال الخاص بضبط الماكينات قبل كل مرحلة انتاج (١٠٠٠) وحدة ؛ السابق ذكره فى الأجزاء الأولى من هذا البحث .

فالمفترض فى هذا الصدد أن أمام متخذ القرارات طريقتين يمكن أن يختار أحدهما : وهما :

١ ــ الاستمرار فى عملية الانتاج دون الاستعانة بخدمات خبير ضبط الماكينات ؛ وفى هذه الحالة سوف يتحمل تكلفة قدرها (٠٫٢٠٠ جنيها) مقابل اصلاح كل وحدة معيبة .

وبما أن عدد الوحدات المنتجة فى كل دورة انتاج = ١٠٠٠ وحدة ؛ فتكون القيمة المتوقعة لعدد الوحدات المعيبة لكل نسبة من نسب الوحدات المعيبة = ١٠٠٠ × ح.

وعلى ذلك تكون القيمة المتوقعة لاصلاح الوحدات المعيبة
= (١٠٠٠ ح̄) × ٠,٢٠٠ = ٢٠٠ ح̄ جنيها .

وبالطبع لن نكون متأكدين من نسبة الوحدات المعيبة (ح̄) التى سوف تسود فى هذه الحالة .

٢ – الاستعانة بخدمات خبيرة فى ضبط الماكينات مقابل أجر قدره (٨) جنيهات فى كل مرة ؛ ويضمن أن تكون نسبة الوحدات المعيبة (ح̄ = ٠,٠٥) دائما ؛ وهى أحسن نسبة يمكن التوصل اليها . وعلى ذلك يتأكد متخذ القرارات من أنه سوف يتحمل تكلفة كلية = ٨,٠٠٠ + ٠,٢٠٠ × ٠,٠٠٥ × ١٠٠٠ = ١٨,٠٠٠ جنيه .

وعلى ذلك يمكن تمثيل هذه المشكلة فى جدول الدفع (٧) التالى . حيث أن (ق١) تمثل قرار الاستمرار فى الدورة الانتاجية دون الاستعانة بخدمات الخبير ، وأن (ق٢) تمثل قرار الاستعانة بخدمات الخبير .

الحدث	القرار: ق١	القرار: ق٢
ح̄ = ٠,٠٥	ت١١ = ١٠,٠٠٠ *	ت١٢ = ١٨,٠٠٠
ح̄ = ٠,١٠	ت٢١ = ٢٠,٠٠٠	ت٢٢ = ١٨,٠٠٠ *
ح̄ = ٠,١٥	ت٣١ = ٣٠,٠٠٠	ت٣٢ = ١٨,٠٠٠ *

جدول (٧)

يلاحظ فى جدول (٧) السابق أن تم وضع (*) أعلى أحسن نتيجة يمكن الحصول عليها بالنسبة لكل قرار وحدث مشتركين .

ونؤكد هنا مرة أخرى أنه ليس من المعلوم مقدما أى من القرارين هو الأفضل ؛ بمعنى أنه من غير المعلوم أى من القرارين سوف يعطى أحسن نتيجة ؛ حيث يتوقف ذلك على أى من الحوادث غير المؤكدة سوف يسود .

فاذا كانت : ح‾ = ٠٫٠٥ سوف تسود فى الواقع ؛ فان القرار الأول سوف يعطى أحسن نتيجة .

أما اذا كانت : ح‾ = ٠٫١٠ أو ح‾ = ٠٫١٥ سوف تسود فى الواقع ؛ فأن القرار الثانى سوف يعطى أحسن نتيجة .

ويلاحظ أيضا أن التكاليف التى يوضحها جدول الدفع (٧) تعتبر التكاليف المتعلقة مباشرة والتى تتأثر فقط بالقرار المتخذ . فمثلا تكلفة انتاج كل وحدة من الوحدات لم توضح بهذا الجدول نظرا لأنها لا تتأثر بأى من القرارين سوف يتخذ .

كذلك يلاحظ أن نتائج القرارات فى المثال الحالى عبارة عن تكلفة أو خسارة ؛ لذلك يكون أفضل قرار بالنسبة لكل حدث هو هذا القرار الذى يؤدى الى أقل تكلفة ممكنة لهذا الحديث . أما اذا كانت المشكلة تتعلق بأرباح أو ايرادات مثلا ؛ فان أفضل قرار بالنسبة لكل حدث ؛ يكون ذلك القرار الذى يعطى أكبر ربح أو ايراد ممكن لهذا الحدث .

وباستخدام الاحتمالات القبلية يمكن حساب قيمة التكلفة المتوقعة لكل من القرارين الخاصين بالمثال الحالى ؛ وذلك كما هو موضح فى جدول (٨) التالى :

الحدث ح‾ = ح	ع.(ح‾=ح)	تكلفة القرار (ق١)	(ح‾=ح) × ع. تكلفة (ق١)	تكلفة القرار (ق٢)	ع.(ح‾=ح) × تكلفة (ق٢)
٠٫٠٥	٠٫٥٠	١٠٫٠٠٠	٥٫٠٠٠	١٨٫٠٠٠	٩٫٠٠٠
٠٫١٠	٠٫٣٠	٢٠٫٠٠٠	٦٫٠٠٠	١٨٫٠٠٠	٥٫٤٠٠
٠٫١٥	٠٫٢٠	٣٠٫٠٠٠	٦٫٠٠٠	١٨٫٠٠٠	٣٫٦٠٠
المجموع			١٧٫٠٠٠ = التكلفة المتوقعة للقرار (ق١)		١٨٫٠٠٠ = التكلفة المتوقعة للقرار (ق٢)

من جدول (٨) السابق ؛ يتضح أن التكلفة المتوقعة للقرار ($ق_1$) الخاص بالاستمرار فى الدورة الانتاجية تساوى (١٧،٠٠٠) جنيها ؛ فى حين أن التكلفة المتوقعة للقرار ($ق_2$) الخاص باستعانة بخدمات خبير ضبط الماكينات تساوى (١٨،٠٠٠) جنيها . وبالرجوع الى تكرارات الأجل الطويل يمكن شرح معنى التكاليف المتوقعة السابقة كالآتى :

اذا تخيلنا أن تجربة ضبط الماكينات هذه قد تمت لعدد كبير جدا من المرات ؛ فسوف نجد فى الأجل الطويل أن التكلفة المتوسطة للقرار ($ق_1$) تعادل (١٧,٠٠٠) جنيها ؛ أما اذا تم اختيار القرار ($ق_2$) دائما ؛ فسوف نجد أن تكلفته المتوسطة تعادل (١٨٠,٠٠٠) جنيها . فاذا كانت هذه هى كل المعلومات المتاحة ؛ بمعنى عدم توافر أى معلومات جديدة لدى متخذ القرارات ــ بالاضافة الى الاحتمالات القبلية . ـ فيكون من الواضح أن أحسن قرار يمكن اتخاذه فى ضوء هذه المعلومات هو القرار ($ق_1$) ؛ أى الاستمرار فى الدورة لانتاجية دون الاستعانة بخدمات الخبير .

ولكن اذا فرض مرة أخرى أن عينه حجمها (ن = ٢٠) وحدة قد أخذت ، ووجد بها ثلاث وحدات معيبة (ر = ٣) ؛ كما وجد فى الأجزاء السابقة من هذا البحث . فمعنى ذلك أنه قد أضيفت معلومات جديدة الآن ؛ أمكن عن طريقها تعديل الاحتمالات القبلية [$ع_.$ (حَ = ح)] ؛ لنحصل على الاحتمالات البعدية [$ع_1$ (حَ = ح)] ؛ والتى يمكن عن طريقها حساب التكاليف المتوقعة الجديدة لكل من القرارين السابقين ؛ كما هو موضح فى جدول (٩) التالى :

الحدث (حَ = ح)	$ع_1$(حَ = ح)	تكلفة القرار ($ق_1$)	$ع_1$(حَ = ح)× تكلفة ($ق_1$)	تكلفة القرار($ق_2$)	$ع_1$ (حَ = ح)× تكلفة ($ق_2$)
٠,٠٥	٠,٢٢٠	١٠,٠٠٠	٢,٢٠٠	١٨,٠٠٠	٣,٩٦٠
٠,١٠	٠,٤٢١	٢٠,٠٠٠	٨,٤٢٠	١٨,٠٠٠	٧,٥٨٠
٠,١٥	٠,٣٥٩	٣٠,٠٠٠	١٠,٧٧٠	١٨,٠٠٠	٦,٤٦٠
المجموع	١,٠٠٠		٢١,٣٩٠ = التكلفة المتوقعة للقرار ($ق_1$)		١٨,٠٠٠ = التكلفة المتوقعة للقرار($ق_2$)

جدول (٩)

ان أول نقطة يمكن ملاحظتها من النظر الى الجدول (٩) السابق ؛ هو انعكاس النتيجة بعد أخذ وفحص العينة ؛ بمعنى أن القرار الثانى (ق٢) يجب تفضيله عن القرار (ق١) . كذلك يلاحظ أن زيادة التكاليف المتوقعة للقرار (ق١) كانت نتيجة لزيادة قيمة الاحتمالات البعدية الخاصة بضبط الماكينات الردىء .

ويلاحظ أيضا أنه طالما كانت تكلفة اصلاح الوحدات المعيبة ذات دالة خطية ؛ فليس من الضرورى القيام بجميع العمليات الحسابية والموضحة بالجدولين (٨ ، ٩) ؛ بل يجب أن يكون من الواضح أولا ؛ أن قيمة التكاليف المتوقعة للقرار الثانى (ق٢) تكون مساوية دائما لمبلغ (١٨,٠٠٠) جنيها سواء استخدمت الاحتمالات القبلية أو البعدية ؛ حيث أن تكلفة هذا القرار لا تعتمد على قيمة المتغير العشوائى (حَ) . أما بالنسبة للقرار الأول (ق١) ؛ فمن الضرورى فقط حساب القيمة المتوقعة للمتغير العشوائى [أى حساب : ن (حَ)] . وتكون التكلفة المتوقعة القبلية للقرار (ق١) مساوية للآتى :

٠,٢٠٠ × ١٠٠٠ × ن (حَ) = ٠,٢٠٠ × ١٠٠٠ × ٠,٠٨٥ = ١٧,٠٠٠

جنيها ؛ وهى نفس النتيجة التى حصل عليها من الجدول (٨) السابق .

فى حين تكون التكلفة المتوقعة البعدية للقرار (ق١) مساوية للآتى :

٠,٢٠٠ × ١٠٠٠ × ن١(حَ) = ٠,٢٠٠ × ١٠٠٠ × ٠,١٠٧ = ٢١,٣٩٠٠

جنيها ؛ وهى نفس النتيجة التى حصل عليها من الجدول (٩) السابق مع فرق بسيط نتيجة أخطاء التقريب .

٢ ـ جداول الخسائر Loss Tables :

فى بعض الحالات يكون من المفيد التعبير عن بيانات الدفع فى صورة الخسائر الممكن أن يتحملها متخذ القرارات نتيجة لعدم كون المعلومات المتوفرة له كاملة ودقيقة للغاية . وبمعنى أدق ؛ فهذه ليست خسائر بالمعنى العادى لها ؛ ولكنها الخسائر الشرطية لعدم امكانية اتخاذ القرار الأمثل بالنسبة لكل حدث من الحوادث Conditional Opportunity Loss وتعتبر هذه الخسائر شرطية فعلا بالنسبة للحدث الذى يقع فعلا . وعلى القارىء أن يتذكر من الآن أن الكاتب

يعنى بلفظ « الخسائر » فى هذا الموضوع ؛ تلك الخسائر الشرطية لعدم اتخاذ القرار الأمثل بالنسبة لكل حدث ، كذلك يعنى الكاتب بلفظ « الخسائر المتوقعة » ؛ القيمة المتوقعة للخسائر الشرطية لعدم امكانية اتخاذ القرار الأمثل .

ومن الممكن تلخيص العلاقة بين جداول الدفع وجداول الخسائر فى أنه بالنسبة لكل قرار ـ وحدث مشتركين فان قيمة الخسارة عبارة عن القيمة المطلقة للفرق بين قيمة الدفع (النتيجة) لهذا القرار مع وقوع هذا الحدث ، وبين قيمة الدفع (النتيجة) لأحسن قرار كان يمكن اتخاذه بالنسبة لهذا الحدث بالذات . والجدول (١٠) التالى يوضح ذلك ؛ علما بأن قيم المدفوعات قد حصل عليها من جدول الدفع (٧) السابق .

الحدث	جدول الدفع		جدول الخسائر	
	القرار		القرار	
ح = ح	ق١	ق٢	ق١	ق٢
٠,٠٥	١٠,٠٠٠	١٨,٠٠٠	صفر	٨,٠٠٠
٠,١٠	٢٠,٠٠٠	١٨,٠٠٠	٢,٠٠٠	صفر
٠,١٥	٣٠,٠٠٠	١٨,٠٠٠	- ١٢,٠٠٠	صفر

جدول (١٠)

مثلا بالنسبة للحدث: ح = ٠,٠٥ يكون القرار الأمثل هو قبول ضبط للماكينات المبدئى والاستمرار فى الدورة الانتاجية دون الاستعانة بخدمات الخبير ؛ أى اتخاذ القرار (ق١) . وفى هذه الحالة اذا فرض أنه تم رفض ضبط الماكينات المبدئى واستعان المدير بخدمات الخبير ؛ أى اتخذ القرار (ق٢) ؛ فسوف تتحمل المنشأة تكلفة متوقعة أكبر بمقدار (٨) جنيهات عما لو كان القرار (ق١) هو الذى اختير . أما اذا كانت قيمة المتغير العشوائى (الحدث) ح = ٠,١٠ ؛ فان القرار الأمثل الذى يجب اتخاذه بالنسبة لهذا الحدث هو القرار (ق٢) ؛ وأن الخسائر بالنسبة للقرار (ق١) تعادل (٢) جنيه وذلك لأن التكلفة المتوقعة للقرار (ق١) أكبر من التكلفة المتوقعة للقرار (ق٢) بهذا المقدار ، ... وهكذا .

ويمكن حساب قيمة الخسائر المتوقعة بنفس طريقة حساب التكاليف المتوقعة بالنسبة لكل قرار ؛ كما هو موضح بالجدول (١١) الذى يستخدم الاحتمالات القبلية ، وجدول (١٢) الذى يستخدم الاحتمالات البعدية التاليين :

الحدث ح̄ = ح	ع (ح̄ = ح)	خسائر القرار (ق١)	ع (ح̄ = ح) × خسائر (ق١)	خسائر القرار (ق٢)	ع (ح̄ = ح) × خسائر (ق٢)
٠٫٠٥	٠٫٥٠	صفر	صفر	٨٫٠٠٠	٤٫٠٠٠
٠٫١٠	٠٫٣٠	٢٫٠٠٠	٠٫٦٠٠	صفر	صفر
٠٫١٥	٠٫٢٠	١٢٫٠٠٠	٢٫٤٠٠	صفر	صفر
المجموع	١٫٠٠٠		٣٫٠٠٠ = الخسائر المتوقعة للقرار (ق١)		٤٫٠٠٠ = الخسائر المتوقعة للقرار (ق٢)

جدول (١١)

الحدث ح̄ = ح	ع١ (ح̄ = ح)	خسائر القرار (ق١)	ع١ (ح̄ = ح) × خسائر (ق١)	خسائر القرار (ق٢)	ع١ (ح̄ = ح) × خسائر (ق٢)
٠٫٠٥	٠٫٢٢٠	صفر	صفر	٨٫٠٠٠	١٫٧٦٠
٠٫١٠	٠٫٤٢١	٢٫٠٠٠	٠٫٨٤٢	صفر	صفر
٠٫١٥	٠٫٣٥٩	١٢٫٠٠٠	٤٫٣٠٨	صفر	صفر
المجموع	١٫٠٠٠		٥٫١٥٠ = الخسائر المتوقعة للقرار (ق١)		١٫٧٦٠ = الخسائر المتوقعة للقرار (ق٢)

جدول (١٢)

باستخدام الاحتمالات القبلية يلاحظ أن قيمة الخسائر المتوقعة للقرار (ق١) = ٣ جنيهات ؛ فى حين أنها تساوى (٤٫٠٠) جنيهات بالنسبة للقرار (ق٢) ، وعلى ذلك يكون القرار الأول (ق١) أفضل من القرار الثانى (ق٢) ، وهى نفس النتيجة السابق الوصول اليها باستخدام التكاليف المتوقعة ، كما يلاحظ أن الفرق وهو (جنيه واحد) بين الخسائر المتوقعة للقرارين يساوى نفس الفرق بين التكاليف المتوقعة لهما .

كما يلاحظ أيضا أن نفس النتائج السابق الوصول اليها باستخدام التكاليف المتوقعة مع الاحتمالات البعدية ؛ حصل عليها مرة أخرى باستخدام الخسائر

المتوقعة ــ ان مقارنة الخسائر المتوقعة للقرارين يدل مرة أخرى على أن القرار (ق٢) يعتبر هو الأفضل أيضا فى هذه الحالة . كذلك يلاحظ أن الفرق بين التكاليف المتوقعة للقرارين = الفرق بين الخسائر المتوقعة للقرارين = ٢١,٣٩٠ ــ ١٨,٠٠٠ = ٥,١٥٠ ــ ١,٧٦٠ = ٣,٣٩٠ جنيهات .

القيمة المتوقعة للمعلومات الكاملة :

The Expected Value of Perfect Information

افترض الآن ؛ بعكس ما سبق ؛ أنه لا يوجد أى شك حول أى من الأحداث سوف يسود . ومعنى ذلك بالنسبة لمشكلة ضبط الماكينات ؛ أن المدير يعلم مقدما قبل كل دورة انتاجية أى من القيم سوف يأخذه المتغير العشوائى (ح̄) . ونتيجة لذلك سوف يختار دائما القرار الأمثل بالنسبة للحدث المعلوم (ح) . وباستخدام الاحتمالات القبلية ؛ يلاحظ أنه فى الأجل الطويل سوف يأخذ المتغير العشوائى (ح̄) القيمة (ح̄ = ٠,٠٥) فى (٥٠٪) من المرات ، وفى كل مرة من هذه المرات سوف يختار القرار الأمثل لهذا الحدث (القرار : ق١) . ومن جدول (٧) ؛ نجد أن التكلفة المتوقعة لهذا الحدث فى كل مرة من هذه الحالات تساوى (١٠) جنيهات . وبالمثل يكون من المتوقع أن يأخذ المتغير العشوائى القيمة (ح̄ = ٠,١٠) فى (٣٠٪) من المرات ، والقيمة (٠,١٥) فى (٢٠٪) من المرات ، وبالنسبة لهذين الحدثين ؛ يكون القرار الأمثل دائما هو القرار (ق٢) ؛ بتكلفة متوقعة قدرها (١٨) جنيه فى كل مرة .

من المعلومات السابقة ؛ يمكن حساب التكاليف المتوقعة للقرارات فى ضوء المعلومات الكاملة بالنسبة لجميع الأحداث وباستخدام الاحتمالات القبلية ؛ وذلك كما هو موضح فى جدول (١٣) التالى :

الحدث ح̄ = ح	ع.(ح̄ = ح)	القرار الأمثل	تكلفة القرار الأمثل	ع.(ح̄ = ح) × تكلفة القرار الأمثل
٠,٠٥	٠,٥٠	ق١	١٠,٠٠٠	٥,٠٠٠
٠,١٠	٠,٣٠	ق٢	١٨,٠٠٠	٥,٤٠٠
٠	٠,٢٠	ق٢	١٨,٠٠٠	٣,٦٠٠
	١,٠٠٠			١٤,٠٠٠

جدول (١٣)

وعلى ذلك تكون التكاليف المتوقعة لاختيار أحسن قرار دائما مساوية لمبلغ (١٤,٠٠٠) جنيها . وبمعنى آخر ، أنه فى الأجل الطويل لا يمكن التوقع بأن تكون تكلفة الدورة الانتاجية أقل من (١٤,٠٠٠) جنيها فى المتوسط ، حتى ولو تم اختيار القرار الأمثل دائما .

ومن ثم يمكن الآن تعريف «القيمة المتوقعة القبلية للمعلومات الكاملة The Prior Value of Perfect Informaton» ، والتى تسمى فى بعض الأحيان باسم « تكلفة عدم التأكد القبلية The Prior Cost of Uncrertanty» ، على أنها الفرق بين التكاليف المتوقعة لاتخاذ القرار الأمثل فى حالة عدم التأكد ، وباستخدام الاحتمالات القبلية ، وبين التكلفة المتوقعة للمعلومات الكاملة .

يلاحظ أنه قبل أخذ العينة ، كان من الظاهر أن أحسن قرار هو القرار الأول ($ق_1$) بتكلفة متوقعة قدرها (١٧) جنيها ، اذا القيمة المتوقعة القبلية للمعلومات الكاملة = ١٧ — ١٤ = ٣ جنيهات .

مما يعنى أصلا أنه لو كان من الممكن شراء المعلومات الكاملة ، فانه يمكن دفع ثمن لها لا يزيد عن ثلاثة جنيهات ، أما اذا كان ثمن هذه المعلومات الكاملة = ٣,٠٠٠ جنيهات بالضبط ، فلا يوجد أى فرق فى التكلفة بين حالة شرائها أو عدم شرائها .

ومن ناحية أخرى ، يلاحظ أن أخذ العينة يؤثر على التكلفة المتوقعة للقرارات بمعلومية المعلومات الكاملة ، حيث أن المؤثر فى هذه الحالة سوف يكون تكرارات الأجل الطويل لهذه الحالات التى يحصل فيها على هذه النتائج الخاصة للعينات . ومن الممكن توضيح كيفية حساب التكاليف المتوقعة فى ضوء المعلومات الكاملة وباستخدام الاحتمالات البعدية كما هو موضح فى جدول (١٤) التالى :

الحدث ح̄ = ح	ع١ (ح̄ = ح)	القرار الأمثل	تكلفة القرار الأمثل	ع١ (ح̄ = ح) × تكلفة القرار الأمثل
٠,٠٥	٠,٢٢٠	ق١	١٠,٠٠٠	٢,٢٠٠
٠,١٠	٠,٤٢١	ق٢	١٨,٠٠٠	٧,٥٨٠
٠,١٥	٠,٣٥٩	ق٢	١٨,٠٠٠	٦,٤٦٠
المجموع	١,٠٠٠			١٦,٢٤٠

جدول (١٤)

ومعنى ذلك أنه فى الحالات التى تعطى عينة حجمها (٢٠) وحدة، ثلاث وحدات معيبة ؛ يكون متوسط التكاليف المتوقعة لاختيار القرار الأمثل فى ضوء المعلومات الكاملة فى الأجل الطويل مساويا لمبلغ (١٦,٢٤٠) جنيها ؛ وبطرح هذه القيمة من قيمة القرار الأمثل فى حالة عدم التأكد (جدول : ٩) والتى تساوى (١٨) جنيها ؛ نجد أن القيمة المتوقعة للمعلومات الكاملة البعدية تساوى (١,٧٦٠) جنيه .

ومن الواجب ملاحظة نقطتين هامتين فى هذا الصدد هما :

(أ) ـ القيمة المتوقعة للمعلومات الكاملة تساوى دائما الخسائر المتوقعة لاختيار أحسن قرار . فقد كانت الخسائر المتوقعة للقرار الأمثل (ق١) قبل أخذ العينة = ٣ جنيهات (جدول ١١) ، والتى تساوى تماما القيمة المتوقعة القبلية للمعلومات الكاملة . وبالمثل كانت الخسائر المتوقعة باستخدام الاحتمالات البعدية للقرار الأمثل (ق٢) = ١,٧٦٠ جنيه (جدول ١٢) ؛ تعادل تماما القيمة المتوقعة البعدية للمعلومات الكاملة . وعلى القارىء أن يقنع نفسه بصحة ذلك دائما مع التذكر بأن قيمة الخسائر المتوقعة تعرف دائما فى ضوء اختيار القرار الأمثل ، وملاحظة أن كل ما حدث هو اجراء نفس العمليات الحسابية ؛ ولكن بترتيب مختلف . ومن ثم ليس من اللازم حساب القينة المتوقعة للمعلومات الكاملة على حدة .

(ب) ــ يلاحظ فى هذا المثال ، أنه نتيجة لأخذ العينة ، قد قلت القيمة المتوقعة للمعلومات الكاملة فقد كانت القيمة المتوقعة القبلية للمعلومات الكاملة = ٣ جنيهات ، ثم أصبحت القيمةالمتوقعة البعدية للمعلومات الكاملة = ١,٧٦٠جنيها. ومعنى ذلك أن العينة لم تغير فقط من القرار الواجب اتخاذه ، ولكنها قللت أيضا من القيمة المتوقعة للمعلومات الكاملة بمقدار يساوى : ٣,٠٠٠ ــ ١,٧٦٠ = ١,٢٤٠ جنيه . وبمعنى آخر أنها قللت من درجة عدم التأكد الملازمة للقرار . وبما أن درجة عدم التأكد قد قلت ، فان ثمن أو قيمة المعلومات الكاملة يجب أن يقل أيضا عما كان عليه قبل أخذ العينة . وعلى ذلك يكون هناك فائدة لأخذ العينة اذا كانت تكلفتها أقل من (١,٢٤٠) جنيه ، ولكن يلاحظ بالطبع هنا أن قرار أخذ أو عدم أخذ العينة يكون قبل معرفة هذه النتيجة . وعلى ذلك فان حكمة قرار أخذ العينة يجب أن يحكم عليه فقط فى ضوء كل ما يمكن أن ينتج عن أخذ العينة ، وهذا موضوع آخر تؤجل مناقشته الآن الى جزء لاحق من هذا البحث .

التوزيع المستطيل « المنتظم » والتوزيع الطبيعى واستخدامهما فى نظرية بيز :

فى الأجزاء السابقة استخدم الكاتب توزيع ذو الحدين عند حساب الاحتمالات البعدية ، وبالطبع يوجد توزيعات احتمالية أخرى يصلح كل منها لوصف نوع مختلف من الظواهر . وبالرغم من أن نظرية بيز تستخدم كثيرا من هذه التوزيعات، الا أن مناقشتها كلها تحتاج الى بحث أطول من هذا البحث وتحتاج أن يكون القارىء ملما بأسس علم الاحصاء والرياضة البحتة أكثر مما يفترض فيه . ومع كل فهناك نوعين من التوزيعات الاحتمالية ــ بالاضافة الى توزيع ذو الحدين ــ يعلمها أغلبية القراء أو على الأقل يفترض دراستهم لها سابقا ، وهما «التوزيع المستطيل أو المنتظم Rectangular Distrition ، والتوزيع الطبيعى Normal Distribution» ، ويعتبر كل نوع من هذين التوزيعين مفيدا فى شرح خاصية معينة من خواص استخدامات نظرية بيز فى اتخاذ القرارات .

وبالرغم من أن التوزيع المستطيل أو المنتظم يعتبر أقل الأثنين صعوبة وفى نفس الوقت أقلهما فائدة ، الا أن له أهمية خاصة فى تطبيقات نظرية بيز . ومن ناحية أخرى يعتبر التوزيع الطبيعى أكثر صعوبة ، ولكنه فى نفس الوقت

ذو أهمية كبيرة فى كثير من الاســتخدامات ولذلك فهو أكثرهما فائدة ؛ ومن ثم سوف يناقش بطريقة أكثر تفصيلا .

وقبل البدء فى مناقشــة هذين النوعين من التوزيعات يلاحظ أن بعض الدراسات التى سوف يعرضها الباحث تستخدم توزيعات غير مستمرة هى فى الواقع تقريب للتوزيعات المسـتمرة Discrete Approximation of Continous Distributions

(أ) توزيع الاحتمالات القبلية المنتشرة :
Diffused Perior Probability Distribution

فى بعض الأحيان ؛ يصادف القارىء عند دراسته لنظرية بيز فكرة الاحتمالات القبلية المنتشرة . وبالرغم من عدم وجود تعريف محدد لهذه الفكرة ؛ الا أنها تنطوى عموما على مبدئين بخصوص الاحتمالات القبلية ؛ هما :

١ ــ يمكن التعبير عن الاحتمالات القبلية بالتوزيع المستطيل أو المنتظم ؛ حيث يكون لاحتمال الحصول على كل قيمة من القيم التى يأخذها المتغير العشوائى داخل فترة «Interval» معينة متساوى ؛ وأن أية قيمة خارج هذه الفترة يكون احتمال حدوثها مساويا للصفر . وعلى ذلك تأخذ دالة الاحتمال لهذا التوزيع شكل المستطيل ؛ ولذلك سمى بهذا الاسم .

٢ ــ انحراف توزيع الاحتمالات القبلية يعتبر كبيرا بشكل ملحوظ ، وعلى الأقل يجب أن يكون كبيرا بدرجة لا يمكن معها التخلص من أية قيمة من قيم المتغير العشوائى بوضع احتمال الحصول عليها مساويا للصفر ؛ مادام هناك أية امكانية (مهما صغرت) للحصول عليها فى أية عينة .

ان الغرض الرئيسى من استخدام توزيع الاحتمالات القبلية المنتشرة هو وصف حالة من الجهل التقريبى حول القيم الحقيقية التى يمكن أن يأخذها المتغير العشوائى . وفى الواقع يجب النظر الى هذه الحالة على أن متخذ القرارات يكون محايدا بين القيم التى يمكن أن يأخذها المتغير العشوائى ؛ بدلا من كونه جاهلا لها حقيقة ؛ وذلك لأن القول مقدما بأن احتمال الحصول على كل قيمة من قيم المتغير العشوائى متساوى مع احتمال الحصول على كل قيمة أخرى يعتبر فى حد ذاته تعبيرا موجبا له قيمته وليس تعبيرا عن الجهل التام . ان الجهل التام

يكون عند عدم استطاعته اعطاء أى حكم على الاطلاق يحدد طبيعة الاحتمالات القبلية .

لتوضيح فكرة التوزيع المستطيل سوف يستخدم نفس المثال السابق الخاص بضبط الماكينات ؛ مع اجراء تعديل طفيف عليه وهو ؛ افتراض أن احتمال الحصول على كل قيمة من قيم المتغير العشوائى (حَ) تكون متساوية مع القيم الأخرى ؛ أى أن احتمال الحصول على كل : حَ = ح = ١/٣ . ومن ذلك يلاحظ ان طالما كانت قيم الاحتمالات القبلية متساوية ؛ فان قيم الاحتمالات البعدية تتوقف كلية على نتيجة العينة . ويمكن توضيح ذلك كما فى جدول (١٥) التالى ؛ حيث فرض مرة أخرى أنه تم سحب عينة حجمها (ن = ٢٠) ووجد بها ثلاث وحدات معينة (ر = ٣) .

الحدث ح̄ = ح	ع. (ح̄ = ح)	ع (س = ٣ / ح̄ = ح)	ع (س=٣/ح̄=ح) × ع. (ح̄ = ح)	ع١ (ح̄ = ح)	ع (س = ٣، ح̄ = ح) / ع[(س=٣/ح̄=ح)]
٠,٠٥	١/٣	٠,٠٥٩٦	٠,٠١٩٩	٠,١٢١	٠,١٢١
٠,١٠	١/٣	٠,١٩٠١	٠,٠٦٣٤	٠,٣٨٦	٠,٣٨٦
٠,١٥	١/٣	٠,٢٤٢٨	٠,٠٨٠٩	٠,٤٩٣	٠,٤٩٣
المجموع	١,٠٠٠	٠,٤٩٢٥	٠,١٦٤٢	١,٠٠٠	١,٠٠٠

جدول (١٥)

يلاحظ فى الجدول السابق أن الخمس أعمدة الأولي استخدمت كالعادة لحساب قيم الاحتمالات البعدية بالطريقة المعتادة ؛ فى حين حصل على نتائج العمود السادس عن طريق قسمة كل امكانية من امكانيات الحصول على كل قيمة من قيم المتغير العشوائى [ع (ر = ٣ / حـ = حـ)] على مجموع هذه الامكانيات . وبالرغم من أن الاحتمالات القبلية لم تدخل فى هذه الحسابات ؛ الا أن النتائج كانت مطابقة تماما لقيم الاحتمالات البعدية التى حصل عليها بالطريقة المعتادة .

ويوضح الجدول (١٥) السابق ؛ الغرض الرئيسى من استخدام توزيع الاحتمالات القبلية المنتشرة ؛ حيث يلاحظ أن الدليل الحقيقى والوحيد لقيم الاحتمالات البعدية هو نتائج العينة . ويجب أن يلاحظ هنا أن توزيع الاحتمالات القبلية السابق لم يكن توزيعا منتشرا بالمعنى الحقيقى ؛ حيث تم تحديد ثلاث قيم فقط يمكن أن يأخذها المتغير العشوائى ؛ وذلك قبل أخذ العينة ؛ فى حين أن التوزيع المنتشر الحقيقى يعامل كل القيم الممكن أن يأخذها المتغير العشوائى بين (صفر ، ١٠٠٪) على أنها متساوية فى امكانية الحدوث . كما يجب أن يلاحظ هنا أن التوزيع المنتشر للاحتمالات القبلية يقرب تحليل بيز بدرجة كبيرة من نظرية القرارات الكلاسيكية ؛ حيث أن قيم الاحتمالات البعدية يمكن تقديرها مباشرة من نتائج العينة فقط .

والنقطة الأخيرة الواجب ملاحظتها هنا أن ليس من الضرورى أن يكون شكل توزيع الاحتمالات القبلية دائما شكل مستطيل لكى يحصل بالتقريب على نفس النتائج ، بل يكفى أن يكون توزيع الاحتمالات القبلية قريبا من التوزيع المستطيل ؛ حيث تكون نتائج العينة مؤثرة بدرجة كبيرة على قيم الاحتمالات القبلية ــ فى كثير من الأحيان ــ بحيث تمحى أى فروق بسيطة فى قيمها .

(ب) توزيع الاحتمالات القبلى الطبيعى غير المستمر :

Discrete Approximation of Normal Prior Prabability Distribution

كثيرا من الظواهر العامة لحل المشكلات ذات توزيعات طبيعية لمتغيراتها العشوائية يمكن دراستها وشرحها باستخدام مثال تسويق مأخوذ من كتاب روبرت شليفر .

ان أول خطوة فى كل مثل هذه المشكلات هى تقدير قيم الاحتمالات القبلية ؛ مع ملاحظة أنه من الممكن فى بعض الأحيان تقدير هذا التوزيع الاحتمالى القبلى على أساس التكرارات النسبية التاريخية . فاذا كان من الممكن اعتبار المتغير العشوائى مستمرا بدرجة كافية (المبيعات مثلا) ؛ فيمكن تجميع قيم المتغير العشوائى فى فترات أو فئات مختلفة ، ويوضع الاحتمال الخاص بالحصول على كل القيم داخل هذه الفترة أو الفئة أمام مركزها ؛ وذلك على أساس التكرارات النسبية التاريخية . ولكن فى كثير من الأحيان لا يمكن تحديد التوزيع الاحتمالى القبلى بهذه الطريقة .

فاذا فرض مثلا أن شركة ما ابتكرت سلعة جديدة وترغب فى معرفة ماذا كان من المربح انتاجها وعرضها للبيع أم لا - وبمعنى آخر ؛ تسعى مثل هذه الشركة الى معرفة ما اذا كان حجم المبيعات المتوقع كاف لتغطية التكاليف الكلية أم لا ؛ بفرض أن سعر البيع محدد بواسطة شروط المنافسة فى السوق .
فى مثل هذه الحالة يمكن للشركة أن تقوم بأخذ عينة عشوائية للمستهلكين المحتملين ؛ ولكن تقدير توزيعات الاحتمالات القبلية للمتغير العشوائى (حجم المبيعات) يجب أن يبنى أساسا على تقديرات السوق .

مثلا قد يقرر المدير المسئول أن أحسن تخميناته أو تقديراته هو أن متوسط المبيعات للمستهلك المتوقع ثمان وحدات من هذه السلعة ، وأنه يعتقد أيضا فى وجود فرصة أو احتمال قدره (٥٠٪) أن يقع تقديره هذا بين (+ ٢ ، ـ ٢) وحدة من القيمة الحقيقية ، ولنفترض أيضاً أنه استطاع أن يقرر أن التوزيع الاحتمالى لهذا المتغير يمكن أن يأخذ شكل التوزيع الطبيعى تقريبا . ومن ثم اذا رمز الى التغير العشوائى ؛ متوسط حجم المبيعات للمستهلك المتوقع بالرمز μ ؛ فيكون توزيع الاحتمال القبلى عبارة عن توزيع طبيعى ذو قيمة متوقعة ١ (μ) = ٨) ، ونصف كثافته بين (٦ ، ١٠) وحدات [ربع بين (٦ ، ٨) ، وربع بين (٨ ، ١٠)]

ولاستكمال تحديد شكل هذا التوزيع الطبيعى للاحتمالات القبلية يلزم فقط تحديد قيمة الانحراف المعيارى لهذا التوزيع [$\sigma(\mu)$] ؛ حيث يمكن تحديد أى توزيع طبيعى بمعلومية وسطه الحسابى وانحرافه المعيارى .

فاذا لوحظ فى هذا المثال أنه قد تم تحديد قيمة : ح (س > ١٠) = ٥
وبالمثل : ح (س > ٦) = ٢٥,. فمعنى ذلك فى صورة التوزيع الطبيعى المعيارى أن :

$$\text{ح}(\text{س} > ١٠) = \text{ح}\left(Z > \frac{١٠ - ٨}{\sigma_{(\text{س})}}\right) = \text{ح}\left(Z > \frac{٢}{\sigma_{(\text{س})}}\right) = ٠,٢٥$$

حيث أن :

Z = المتغير الطبيعى المعيارى .

وبمراجعة جدول التوزيع الطبيعى ، نجد أن : ح (Z > ٠,٦٧) = ٠,٢٥
ومن ذلك يمكن استنتاج أن :

$$\frac{٢}{\sigma_{(\text{س})}} = ٠,٦٧ \quad \therefore \sigma_{(\text{س})} = \frac{٢}{٠,٦٧} = ٣,٠٠$$

ويلاحظ هنا أن القيمة [$\sigma_{(\text{س})}$ = ٣] تمثل الانحراف المعيارى للوسط الحسابى (س)فقط ، وليست لكل المجتمع . كذلك يلاحظ أن المبيعات لكل مستهلك على حدة (والتى لا يحتم أن تكون ذات توزيع طبيعى حتى يكون المتغير (س) موزعا توزيعا طبيعا) ، لها أهمية فقط فى مدى تأثيرها على متوسط المبيعات بالنسبة لكل مستهلك .

ومن الواجب أن يلاحظ هنا أيضا أن توزيع الاحتمالات القبلية لن يكون توزيع طبيعا تماما ، بل تقريب فقط لهذا التوزيع ، حيث أن القيم المتطرفة من التوزيع الطبيعى التام لأى متغير عشوائى يجب أن يكون لها دائما قيم احتمالات موجبة مهما صغرت . ولكن يلاحظ فى المثال الحالى أنه لو كان توزيع المتغير العشوائى الخاص به موزعا توزيعا طبيعيا كاملا ، فان ذلك يعنى وجود بعض الاحتمالات للحصول على متوسط مبيعات للمستهلكين المحتملين أقل من الصفر والتى تعتبر مستحيلة . ولكن عادة ما تكون احتمالات القيم المتطرفة غير ذات تأثير يذكر على قيم الاحتمالات البعدية ، وبالتالى لن يؤثر كثيرا فى اختيار القرار الأمثل كون توزيع الاحتمالات القبلية تقريبا للتوزيع الطبيعى . ومن

ناحية أخرى يلاحظ أن صحة ذلك يتوقف بالطبع على المشكلة موضع البحث ؛ فقد توجد بعض المشكلات التى يكون لطريقة معالجة القيم المتطرفة أهمية كبرى .

والخطوة التالية لتحديد توزيع الاحتمالات القبلية ذو : $(\mu)^{\text{م}}$ = ٨ ، $(\mu)^{\sigma}$ = ٣ ؛ هى تقسيم كل القيم الممكن الحصول عليها للمتغير (μ) الى فئات مناسبة ؛ وبذلك يحول هذا التوزيع الى توزيع غير مستمر ؛ أى يحول الى توزيع تكرارى . ويمكن اجراء ذلك اذا لوحظ أن قيمة الاحتمال الخاص بأى فئة من هذه الفئات يمكن تقديره تقريبا بطول هذه الفئة مضروبا فى ارتفاع (الاحداثى الصادى) التوزيع الطبيعى عند منتصف هذه الفئة . ويلاحظ بالطبع أن قيم هذه الاحتمالات تقريبية ؛ ولكن كلما صغر طول هذه الفئات كلما اقتربنا من القيم الحقيقية للاحتمالات .

ولكن قبل القيام بذلك يجب أن يحول أولا التوزيع الى صورة التوزيع الطبيعى المعيارى ؛ حتى يمكن استخدام الجداول الاحصائية ؛ وذلك عن طريق العلاقة الآتية :

$$\frac{(\mu)^{\text{م}} - (\mu)}{(\mu)^{\sigma}} = Z$$

وبالمثل يمكن تحويل طول كل فئة الى الصورة المعيارية . ويعنى هذا أيضا أن الانحراف المعيارى سوف يصبح وحدة القياس . فاذا فرض مثلا أن طول كل فئة يساوى (٠,١) وحدة ، فان الطول المعيارى لكل فئة يمكن الحصول عليه كالآتى :

$$٠,٠٣٣ = \frac{٠,١}{٣,٠٠} = \frac{\text{ط}(\mu)}{(\mu)^{\sigma}} = \text{ط}(Z)$$

حيث أن :

$\text{ط}(\mu)$ = طول الفئة

وعلى ذلك يكون احتمال أن المتغير (Z) سوف يقع فى أية واحدة من هذه الفئات عبارة عن [ط (Z = ٠,٠٣٣] مضروبا فى ارتفاع التوزيع الطبيعى المعيارى عند منتصف هذه الفئة . والجدول (١٦) التالى يوضح جزءا من هذه العمليات .

الفئات μ	مراكز الفئات μ	$Z = \frac{\mu - 8}{3}$	الارتفاع عند (Z)	طول الفئة المعيارى $ط(Z) = \frac{ط(\mu)}{(\mu)^{\sigma}}$	ع ($\mu = = \mu$) $Z \times ط(Z)$
—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—
٥,٩٥ —	٦,٠٠	٠,٦٧	٠,٣١٩	٠,٠٣٣	٠,٠١٠٥
٦,٠٥ —	٦,١٠	٠,٦٣	٠,٣٢٧	٠,٠٣٣	٠,٠١٠٨
٦,١٥ —	٦,٢٠	٠,٦٠	٠,٣٣٣	٠,٠٣٣	٠,٠١١٠
—	—	—	—	—	—
٧,٩٥ —	٨,٠٠	صفر	٠,٣٣٩	٠,٠٣٣	٠,٠١٣٢
—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—

جدول (١٦)

ويلاحظ أنه بالرغم من كون العمليات الحسابية طويلة بعض الشىء ؛ الا أن جميع قيم التوزيع غير المستمر يمكن الحصول عليها بهذه الطريقة . ومن ناحية أخرى يلاحظ أنه من الممكن تقليل عدد هذه العمليات الحسابية عن طريق تكبير طول الفئة ؛ وان كان ذلك على حساب درجة الدقة . وبالطبع فان أهمية هذا التأثير على درجة الدقة تختلف باختلاف ظروف كل مشكلة موضع البحث . كذلك يلاحظ أنه ليس من المحتم تساوى أطوال جميع الفئات .

والخطوة التالية بعد ذلك هى أخذ عينة عشوائية ؛ يحسب منها امكانيات الحدوث بالنسبة لكل فئة ، ثم تحسب قيم الاحتمالات البعدية بالطريقة العادية ؛ طبقا لما سوف يناقش فى الجزء التالى .

(ح) تعديل قيم الاحتمالات القبلية الطبيعية :

ان المشكلة الرئيسية التي تصادف الباحث عند تقديره لقيم الاحتمالات البعدية ـ في مشكلة مثل هذه ـ هي عدم علمه المسبق بقيمة كل من الوسط الحسابي والانحراف المعياري الحقيقين للمجتمع ؛ ومن ثم عليه تقدير كل منهما . ولتسهيل ذلك أفترض الآتي :

١ ـ حجم العينة المأخوذة كبيرا نوعا ما ؛ وليكن حجمها (ن = ١٠٠) مثلا .

٢ ـ حجم المجتمع موضع الدراسة (المستهلكين المحتملين) كبيرا أيضا ؛ وليكن حجم هذا المجتمع (ن = ٢٠٠٠٠) . ومن ثم يمكن اهمال معامل التصحيح للمعاينة من المجتمعات المحدودة . .

واذا رمز الى قيم المتغير العشوائي موضع الدراسة (حجم المبيعات لكل مستهلك متوقع) بالرمز (س) ؛ وبفرض أن نتائج العينة السابقة (ذات : ن = ١٠٠) أمكن تلخيصها بالمقاييس الاحصائية الآتية :

$$\bar{س} = ٥ \quad ، \quad ع = ٧$$

حيث أن :

$\bar{س}$ = الوسط الحسابي للعينة .

ع = الجذر التربيعي للتقدير غير المتحيز لانحراف المجتمع ، وأن (ع) لها عدد (ن ـ ١) درجة حرية .

وبالرغم من أنه ليس من الضروري افتراض أن توزيع المجتمع الخاص بوحدات (س) له شكل التوزيع الطبيعي ؛ الا أنه طبقا لنظرية النهاية المركزية «Central Lemit Thearom» يمكن القول بأنه بدون النظر الى نوع توزيع المجتمع الكلي للمتغير (س) ؛ فان الأوساط الحسابية لعينات أحجامها (ن = ١٠٠) سوف تأخذ تقريبا شكل التوزيع الطبيعي ، وأن الانحراف

المعيارى لهذا المتغير العشوائى الجديد ($\tilde{\bar{س}}$) ؛ يمكن حسابه كالآتى :

$$ع_{(\tilde{\bar{س}})} = \frac{ع_{س}}{\sqrt{ن}}$$

حيث أن :

ع س = الانحراف المعيارى للمجتمع الكلى للمتغير (س) .
وبالطبع يلاحظ أن قيمة ($ع_{س}$) تعتبر أصلا غير معلومة .

ولكن اذا كان حجم العينة كبيرا بدرجة كافية ؛ فيمكن افتراض معلومية قيمة ($ع_{س}$) ، وأنهـا : $ع_{س} = ع = ٧$ ؛ وذلك لأن مقدار الخطأ عادة ما يقترب من الصفر كلما زاد حجم العينة ؛ بالاضـافة الى أن القرار النهائى الذى سوف يتخذ فى هذه المشكلة سوف يكون مبنيا على أساس القيمة المتوقعة البعدية للتغير (μ) أى على أساس [$\hat{\mu}_{1(\mu)}$] وليس على أساس الانحراف المعيـارىالبعدى [$\sigma_{1(\mu)}$] — وبالطبع لا يمكن برهنة الاختلاف فى التأثير على هذا الخطأ هنا .

$$\therefore ع_{(\tilde{\bar{س}})} = \frac{ع_{س}}{\sqrt{ن}} = \frac{ع}{\sqrt{ن}} = \frac{٧}{\sqrt{١٠٠}} = \frac{٧}{١٠} = ٠{,}٧$$

وبعد ذلك يمكن حساب امكانيات الحدوث من توزيع طبيعى ذو وسط حسابى : س = ٥ ، وانحراف معيارى $ع_{(\tilde{\bar{س}})} = ٠{,}٧$ (مع ملاحظة أن حجم العينة هنا أكبر من ذلك الذى يتطلب استخدام توزيع « ت ») ؛ ومن ثم يوجد متغير طبيعى معيارى آخر يمكن تقديره كالآتى :

$$Z = \frac{\tilde{\bar{س}} - \bar{س}}{ع_{\tilde{\bar{س}}}} = \frac{\tilde{\bar{س}} - ٥}{٠{,}٧}$$

ثم تجمع قيم المتغير العشوائى ($\tilde{\text{س}}$) فى فئات مثل تلك الخاصة بحالة (*) للتوزيع القبلى ؛ وحيث أن طول كل فئة ($\text{ط}_{\bar{\text{س}}}$) = ١,٠٠ ومن ذلك نجد أن :

$$\text{ط}_{(Z')} = \frac{\text{ط}_{(\bar{\text{س}})}}{\text{ع}_{(\tilde{\text{س}})}} = \frac{٠,١}{٠,٧} = ٠,١٤٣$$

والجدول (١٧) التالى يوضح جزءا من الحسابات المطلوبة للحصول على امكانيات الحدوث :

الفئات $\tilde{\text{س}}$ ، μ	مراكز الفئات س ، μ	$Z = \frac{\tilde{\text{س}} - ٥}{٠,٧}$	الارتفاع عند Z	طول الفئة المعيارى $\text{ط}_{\bar{\text{س}}} = \frac{\text{ط}_{(\tilde{Z})}}{\text{ع}_{\tilde{\text{س}}}}$	إمكانيات الحدوث $\text{ع}(\bar{\text{س}} = ٥ / \mu = \mu_1) =$ الارتفاع × طول الفئة المعيارى
—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—
٤,٩٥	٥,٠٠	صفر	٠,٣٩٩	٠,١٤٣	٠,٠٥٧
٥,٠٥	٥,١٠	٠,١٤٣	٠,٣٩٥	٠,١٤٣	٠,٠٥٦
—	—	—	—	—	—
٥,٩٥	٦,٠٠	١,٤٢٩	٠,١٤٤	٠,١٤٣	٠,٠٢١
—	—	—	—	—	—
٧,٩٥	٨,٠٠	٤,٢٨٧	صفر	٠,١٤٣	صفر
—	—	—	—	—	—

جدول (١٧)

ويلاحظ أن معنى امكانيات الحدوث هنا هو نفس معناها فى الأجزاء السابقة الخاصة بالأنواع الأخرى من التوزيعات الاحتمالية ؛ أى بالنسبة لأية قيمة من قيم (μ) ما هو احتمال الحصول على عينة ذات وسط حسابى : $\bar{\text{س}}$ = ٥ ؟ . ومن الواضح ان احتمال هذه النتيجة يكون الأعلى بالنسبة لقيم : (μ) = ٥ . كما يمكن ملاحظة أن امكانية الحدوث بالنسبة لعينة ذات وسط حسابى : ($\bar{\text{س}}$) = ٥ ؛ يعتبر صغيرا اذا كان الوسط الحسابى الحقيقى

للمجتمع يساوى (٨) مثلا ؛ ومن ثم تكون قيمة الاحتمالات البعدية [$ح_1(\mu) = (\mu)$] مساوية للصفر تقريبا .

ومن هذه النقطة (أى بعد حساب امكانيات الحدوث) ؛ يمكن حساب قيم الاحتمالات البعدية بنفس الطريقة السابق شرحها .

وبالطبع يمكن القول بأن القيام بجميع هذه العمليات الحسابية المطولة بدون مساعدة الحاسبات الألكترونية يعتبر صعبا نوعا ما ؛ الا أنه من حسن الحظ يوجد كثير من المشكلات ذات التوزيع الطبيعى والتى يمكن اجراء اختصارات كبيرة فيها لهذه العمليات الحسابية * .

الطريقة المباشرة لتحديد الوسط الحسابى والتباين البعدى :

من النتائج الهامة المترتبة على افتراض أن توزيع المتغير العشوائى القبلى يأخذ الشكل الطبيعى ؛ التبسيط الكبير فى الحسابات الذى يمكن الحصول عليه نتيجة لهذا الافتراض فى أغلب الأحوال . فاذا لوحظ أن التوزيع البعدى يحصل عليه مباشرة من التوزيع القبلى وامكانيات الحدوث فباستخدام عمليات التفاضل يمكن البرهنة على أنه اذا كانت هذه التوزيعات طبيعية ؛ فان التوزيعات البعدية يجب أن تكون توزيعات طبيعية أيضا . كذلك يجب أن يتذكر أن الوسط الحسابى والانحراف المعيارى للتوزيع الطبيعى يحددان بالكامل شكل هذا التوزيع الطبيعى ؛ ومن ثم فان التوزيع القبلى يكون قد حدد بالكامل عن طريق معرفة كل من [$م_{\cdot}(\mu)$ ، $\sigma_{\cdot}(\mu)$] . فى حين أن توزيع امكانيات الحدوث أو دالة امكانية الحدوث تتحدد بمعلومية كل من :

[$\bar{س}$ ، $\sigma_{س}$] .

ومن ناحية أخرى يمكن الحصول على معلمات التوزيع البعدى الطبيعى [$م_1(\mu)$ ، $\sigma_1(\mu)$] مباشرة من معلمات التوزيع القبلى ودالة امكانيات الحدوث اذا كانت جميع هذه المعلمات الأخيرة معلومة . وبالطبع لن يحاول الباحث البرهنة هنا على صحة هذه الحقيقة ؛ لما ينطوي عليه هذا البرهان من استخدام لنظريات التفاضل المتقدمة والتي قد لا يلم بها القارىء بصورة جيدة .

(*) الى هنا ينتهى ما سبق نشره من هذا البحث ، وتبدأ بعد ذلك الأجزاء الجديدة التى لم يسبق نشرها .

وبمعنى آخر ، اذا كانت جميع هذه المعلمات الأخيرة ــ بما فيها [$\sigma_{\cdot}(\mu)$] ــ معلومة ، فيمكن البرهنة على أن :

$$ف_{1}(\mu) = \frac{\frac{1}{\sigma^{2}_{\cdot}(\mu)}\, ف_{\cdot}(\mu) + \frac{1}{\sigma^{2}(\tilde{س})}\,\bar{X}}{\frac{1}{\sigma^{2}_{\cdot}(\mu)} + \frac{1}{\sigma^{2}(\tilde{س})}} \qquad (٦)$$

$$\frac{1}{\sigma^{2}_{1}(\mu)} = \frac{1}{\sigma^{2}_{\cdot}(\mu)} + \frac{1}{\sigma^{2}(\tilde{س})} \qquad (٧)$$

ومن ثم نجد أن القيمة المتوقعة البعدية للمتغير العشوائى (μ) وهى [$ف_{1}(\mu)$] ، ما هى فى الواقع الا الوسط المرجح للوسط القبلى والوسط الحسابى للعينة ، وأن الأوزان المستخدمة فى الترجيح عبارة عن مقاليب التباينات الخاصة بهذين الوسطين .

ومن المهم التأكيد هنا مرة أخرى على أن صحة التعبيرين السابقين تتوقف على كون كلا من الاحتمالات القبلية وامكانيات الحدوث موزعة توزيعا طبيعيا ؛ فاذا لم يكن الحال كذلك ، أو على الأقل تقريبا معقولا للتوزيع الطبيعى ؛ فان التعبيرين السابقين لا يجوز استخدامها ويجب تقدير معلمات توزيع الاحتمالات البعدية باستخدام طرق أخرى . والنقطة الثانية الواجب التأكيد عليها مرة أخرى أنه متى حددت قيمة كل من [$ف_{1}(\mu)$ ، $\sigma_{1}(\mu)$] ؛ فان توزيع الاحتمالات البعدية يكون قد حدد بالكامل .

وفى كثير من المشكلات قد يتخذ القرار على أساس من [(μ)] بمفردها ؛ وفى هذه الحالة لن يوجد لهذه النقطة أهمية خاصة . وبالنسبة لأنواع أخرى من المشكلات يتم تجميع المتغير العشوائى داخل فئات ؛ ومن ثم يمكن تطبيق الاجراءات السابق اتباعها فى الجزء السابق .

وأخيرا يمكن البرهنة (وان كان ذلك واضحا) على أنه اذا كانت قيمة كل من [$\sigma_{\cdot}(\mu)$ ، $\sigma(\tilde{س})$] أكبر من الصفر ــ كما يحدث عادة ــ فان قيمة كل منها يجب أن تكون أكبر من [$\sigma_{١}(\mu)$] .

وكما ذكر من قبل يلاحظ أن عدم معرفة القيمة الحقيقية للمتغير [$\sigma(\tilde{س})$] مقدما ؛ لا يشكل صعوبة كبيرة فى حد ذاته ؛ طالما كان حجم العينة كبيرا بدرجة كافية ؛ حيث يمكن افتراض أن قيمة :

$$\sigma(\tilde{س}) = \frac{ع'}{\sqrt{ن}}$$

ومثلا يمكن استخدام العلاقتين (٦ ، ٧) لحساب قيمة كل من [$م_{١}(\mu)$ ، $\sigma_{١}(\mu)$] لمثال التسويق السابق ذكره ؛ وذلك كالآتى :

$$م_{١}(\mu) = \frac{\frac{٨}{٩} + \frac{٥}{٠,٤٩}}{\frac{١}{٩} + \frac{١}{٠,٤٩}} = ٥,١٥$$

$$\frac{١}{\sigma_{١}^{٢}(\mu)} = \frac{١}{٩} + \frac{١}{٠,٤٩} = ٢,١٥٢$$

$$\therefore \sigma_{١}(\mu) = \frac{١}{\sqrt{٢,١٥٢}} = ٠,٦٩$$

فكرة كمية المعلومات :

بمراجعة مثال التسويق السابق ؛ يتضح على الفور أحد المظاهر الخاصة والمثيرة المتعلقة بهذا المثال ؛ الا وهو المدى الكبير الذى أثرت وطغت به بيانات العينة على قيم الاحتمالات القبلية . مثلا يلاحظ أن قيمة [$م_{١}(\mu) = ٥,١٥$] أكثر قربا من قيمة الوسط الحسابى للعينة ($\bar{س} = ٥$) عن القيمة المتوقعة

القبلية [$\sigma_{.(\mu)}$ = ٨] . والسبب فى ذلك يرجع ببساطة الى أن الوسط الحسابى البعدى يحصل عليه عن طريق ترجيح كل من القيمة المتوقعة القبلية والوسط الحسابى للعينة ؛ وحيث أن [$\sigma^{2}(\tilde{\bar{x}})$] أصغر بكثير من [$\sigma^{2}_{(\mu)}$] ؛ فيتبع ذلك على الفور أن [$\frac{1}{\sigma^{2}(\tilde{\bar{x}})}$] أكبر بكثير من [$\frac{1}{\sigma^{2}_{(\mu)}}$] ؛ مما يعنى بالتالى أن الوزن المرجح به الوسط الحسابى للعينة ($\bar{x}$) أكبر بكثير من الوزن المرجح به [$\sigma_{.(\mu)}$] .

ومما يؤكد ذلك أيضا كون الملاحظات الفردية للعينة المؤخوذة فى هذا المثال متجمعة بشكل واضح حول الوسط الحسابى للعينة ($\bar{x}$) — كما يدل على ذلك صغر قيمة [$\sigma(\tilde{\bar{x}})$] — مما يجعل من غير المحتمل بدرجة كبيرة أن تكون قيمة (μ) الحقيقية أكبر من ذلك بدرجة ملحوظة . ومما يؤكد ذلك مرة أخرى أن امكانية الحصول على قيمة (μ) فى مدى [$\sigma_{.(\mu)}$ =٨] صغيرة لدرجة يمكن اهمالها .

وتؤدى الملاحظات السابقة الى فكرة هامة أخرى ؛ هى فكرة كمية المعلومات وراء التقديرات المختلفة . وللوصول الى هذه الفكرة الجديدة أفترض أولا أن كلا من المتغيرين [(μ) ، $\tilde{\bar{x}}$] موزعين توزيعا طبيعيا ؛ وباستخدام التعاريف الآتية :

كمية المعلومات الملخصة فى [$\sigma_{.(\mu)}$] = $I_{.}$ = $\frac{1}{\sigma^{2}_{.(\mu)}}$ (٨)

كمية المعلومات الملخصة فى ($\bar{x}$) = $I_{\bar{x}}$ = $\frac{1}{\sigma^{2}(\tilde{\bar{x}})}$ (٩)

واذا كانت :

كمية المعلومات الملخصة فى [$\sigma_{1(\mu)}$] = I_{1} = $\frac{1}{\sigma^{2}_{1(\mu)}}$ (١٠)

فيتبع ذلك أن :

$$I_{1} = I_{.} + I_{\bar{x}} \qquad (١١)$$

وباستخدام العلاقات (٨ ، ٩ ، ١٠) ؛ يمكن وضع قيمة الوسط الحسابى للتوزيع الاحتمالى البعدى فى الصورة الآتية :

$$\text{ن}_{1}(\mu) = \frac{\text{م}_{0} \times \text{ن}_{0}(\mu) + \text{م}_{\bar{\text{س}}} \times \bar{\text{س}}}{\text{م}_{0} + \text{م}_{\bar{\text{س}}}} \qquad (١٢)$$

ومن ثم يمكن القول بأن الوسط الحسابى للتوزيع الاحتمالى البعدى للمتغير (μ) عبارة عن الوسط الحسابى المرجح للوسط القبلى والوسط الحسابى للعينة ، وأن الأوزان المستخدمة فى ترجيح كل من هذين الوسطين عبارة عن كمية المعلومات الملخصة فى كل منهما . والأكثر من ذلك أنه كلما قل انتشار أو تشتت التوزيع ؛ كلما زادت كمية المعلومات الملخصة فى الوسط الحسابى لهذا التوزيع .

ولتوضيح معنى ذلك ؛ لاحظ ما يحدث عندما يبدأ الانحراف المعيارى للتوزيع القبلى فى الزيادة بصورة كبيرة ، مما يستنتج معه على الفور أن (م_{0}) سوف تقترب أكثر فأكثر من الصفر ؛ وفى نفس الوقت الذى يحدث فيه ذلك يلاحظ أن جزءا أكبر فأكبر من المعلومات الكلية (م_{1}) تحتويه بيانات العينة ، ومع كل اذا كانت ($\text{م}_{\bar{\text{س}}}$) مقدارا ثابتا ؛ فان (م_{1}) تميل بنفسها الى التناقص فى هذه العملية .

من النقط الهامة الواجب ملاحظتها هنا أيضا ؛ أنه عندما تصبح (م_{0}) صغيرة بدرجة كبيرة ؛ فان التوزيع القبلى يميل الى أن يأخذ شكل التوزيع القبلى المنتشر السابق تعريفه فى جزء سابق من هذا البحث . وفى هذا المجال يمكن النظر الى التوزيع القبلى المنتشر على أنه الصيغة النهائية لهذه العملية ؛ وأن النهاية هنا عبارة عن عدم اعطاء الوسط الحسابى القبلى لأية معلومات اضافية لما يحصل علية من نتائج العينة .

من الأشياء الهامة التى يجب ملاحظتها هنا أيضا ؛ أنه فى مثال التسويق السابق أفترض أن العلاقة بين حجم المجتمع وحجم العينة كان من الممكن معه الاستغناء عن معامل تصحيح المجتمعات المحدودة عند حساب الانحراف المعيارى لتوزيع المعاينة [$\sigma(\bar{\text{س}})$] . ولكن اذا كان الحال غير ذلك ؛ فان كمية المعلومات التى يحصل عليها من العينة ؛ يجب حسابها كالآتى :

$$\text{م}(\bar{\text{س}}) = \frac{١}{(\text{س})^{\sigma}} = \frac{\text{ه}}{(\text{س})^{\sigma}} \times \frac{\text{ن} - ١}{\text{ن} - \text{ه}} \qquad (١٣)$$

حيث أن

ن = حجم المجتمع المحدود ، ه = حجم العينة .

من العلاقة (١٣) ؛ يتضح أيضا أنه كلما زاد حجم العينة (ه) واقترب من حجم المجتمع (ن) ؛ فان كمية المعلومات التى يحصل عليها من العينة [م(س̄)] ؛ يجب أن تزيد أيضا .

ومن الملاحظات الختامية الواجب ذكرها هنا بالنسبة لهذا الموضوع ؛ ان كمية المعلومات التى يحصل عليها من العينة لا تعتمد فقط على حجم العينة ؛ بل تعتمد أيضا على تصميم العينة . وبالطبع فان المجال هنا لا يتسع لمناقشة هذا الموضوع ؛ وان كان من المهم ملاحظة أن عملية المعاينة تتطلب عموما انفاق بعض التكاليف ؛ ولكن يمكن الحصول من بعض العينات ذات الحجم المعين على معلومات أكثر مما يمكن الحصول عليه من عينات أخرى لها نفس الحجم ولكن ذات تصميم مختلف .

مثال على مشكلة ذات اجرائين ولها تكاليف خطية :

فى مثال التسويق السابق ؛ افترض أن تكلفة اعداد الماكينات للانتاج الكبير للسلعة الجديدة يتكلف (٥٠٠٠٠٠ جنيه) ، وافترض أيضا أن حالة المنافسة فى السوق تسمح بأن يكون سعر بيع الوحدة من السلعة الجديدة يزيد بمقدار (٤ جنيهات) عن متوسط التكاليف المتغيرة لانتاج الوحدة الواحدة من هذه السلعة . كذلك أفترض وجود (٢٠٠٠٠) مستهلك محتمل لهذه السلعة ، وأن المتغير (μ) هو المتوسط الحقيقى للمبيعات للمستهلك المحتمل .

ومن ثم فان :

عدد الوحدات الممكن بيعها = ٢٠٠٠٠ (μ) ، حيث أن قيمة (μ غير معلومة

بالتحديد مقدما . والزيادة الممكن تحقيقها فى دخل المبيعات على التكاليف المتغيرة ، أو مقدار اسهام المبيعات فى التكاليف غير المباشرة يساوى :

٢٠٠٠٠ (μ) (٤) = ٨٠٠٠٠ (μ)

وعلى ذلك يكون الربح الشرطى Conditional Profit - شرطى على أساس اتخاذ القرار بالبدء فى عملية انتاج السلعة الجديدة ـ مساويا للآتى :

٨٠٠٠٠ (μ) ـ ٥٠٠٠٠٠

وذلك بافتراض أن تكلفة اعداد الماكينات يجب استهلاكها فى الفترة التى يتم فيها بيع العدد (٢٠٠٠٠ μ) من السلعة الجديدة .

ومن الممكن التعبير عن ذلك باستخدام صيغة دالة التكاليف الشرطية ؛ كالآتى :

٥٠٠٠٠٠ ـ ٨٠٠٠٠ (μ) .

حيث تم معاملة ايراد المبيعات على أنه تكاليف سالبة .

وافترض أيضا تحمل المنشأة لتكاليف شرطية أخرى قدرها (١٠٠٠٠ جنيه) ؛ اذا لم يتم تسويق السلعة الجديدة ؛ مثلا قيمة المخزون من المواد الأولية التى لا يمكن استخدامها الا فى انتاج السلعة الجديدة فقط .

وعلى ذلك اذا فرض أن (ق١) ترمز الى قرار انتاج وبيع السلعة الجديدة ، (ق٢) ترمز الى قرار عدم انتاج وبيع السلعة الجديدة ؛ اذا :

التكاليف الشرطية للقرار (ق١) = ٥٠٠٠٠٠ ـ ٨٠٠٠٠ (μ) .

التكاليف الشرطية للقرار (ق٢) = ١٠٠٠٠

ومن المهم هنا ملاحظة أن هذه التكاليف الشرطية تأخذ شكل الدوال الخطية للمتغير (μ) ؛ وعلى ذلك فانها تأخذ شكل الخط المستقيم عند رسمها بيانيا .

كما يلاحظ أن الصيغة العامة لمثل هذه التكاليف الشرطية تكون كالآتى :

التكاليف الشرطية للقرار (ق$_1$) = ا$_1$ + ب$_1$ (μ) (١٤)

التكاليف الشرطية للقرار (ق$_2$) = ا$_2$ + ب$_2$ (μ) (١٥)

وفى مثال التسويق السابق ؛ نجد أن :

ا$_1$ = ٥٠٠٠٠٠ ، ب$_1$ = ــ ٨٠٠٠٠

ا$_2$ = ١٠٠٠٠ ، ب$_2$ = صفر

ويلاحظ هنا كما كان الحال فى الجزء السابق،فان القيمة الحقيقية للمتغير (μ) الذى يتخذ على أساسها القرار غير معلومة ؛ ومن ثم يكون من الضرورى التحدث فى ضوء التكاليف المتوقعة المبنية على أساس القيمة المتوقعة لهذا المتغير ؛ أى على أساس [ف$_1$ (μ)] واذا تم استخدام القيمة المتوقعة البعدية ؛ فان المعادلتين (١٤ ، ١٥) السابقتين تأخذان الشكل العام الآتى :

التكاليف المتوقعة للقرار (ق$_1$) = ا$_1$ + ب$_1$ [ف$_1$ (μ)] (١٦)

التكاليف المتوقعة للقرار (ق$_2$) = ا$_2$ + ب$_2$ [ف$_1$ (μ)] (١٧)

وبالنسبة لمثال التسويق السابق ؛ تأخذ المعادلتين (١٦ ، ١٧) السابقتين ؛ الشكل الآتى :

التكاليف المتوقعة للقرار (ق$_1$) = ٥٠٠٠٠٠ ــ ٨٠٠٠٠ (٥، ١)

= ٨٨٠٠٠ جنيه

التكاليف المتوقعة للقرار (ق$_2$) = ١٠٠٠٠ جنيه

ومن ثم يتضح أن القرار الأمثل هو القرار الثانى الخاص بعدم اتناج وتسويق السلعة الجديدة ؛ حيث أن التكلفة المتوقعة لهذا القرار الثانى (ق$_2$) هى الأقل .

ومن الممكن حل المشكلة السابقة بطريقة أخرى ؛ وذلك عن طريق قيمة تعادل بالنسبة للمتغير (μ) ؛ يمكن الرمز لها بالرمز ($\mu_{ت}$) . ... هذه القيمة بحيث اذا كانت ($\mu > \mu_{ت}$) فان أحد القرارين يكون الأفضل ؛ ... حين اذا كانت ($\mu < \mu_{ت}$) فان القرار الآخر يكون هو الأفضل . أما اذا كانت ($\mu = \mu_{ت}$) ؛ فان التكاليف الشرطية للقرارين تكون متساوية أيضا ، ومن ثم لا نفضل أحدهما على الآخر . واذا كان الحال كذلك ؛ فيمكن باستخدام المعادلتين (١٤ و ١٥) تحديد قيمة ($\mu_{ت}$) ؛ بحيث :ن :

$$\text{ا}_1 + \text{ب}_1 (\mu_{ت}) = \text{ا}_2 + \text{ب}_2 (\mu_{ت})$$

$$\mu_{ت} = \frac{\text{ا}_2 - \text{ا}_1}{\text{ب}_1 - \text{ب}_2} \qquad (18)$$

وفى مثال التسويق السابق ؛ نجد أن :

$$\mu_{ت} = \frac{10000 - 500000}{-80000} = \frac{-490000}{-80000} = 6,125$$

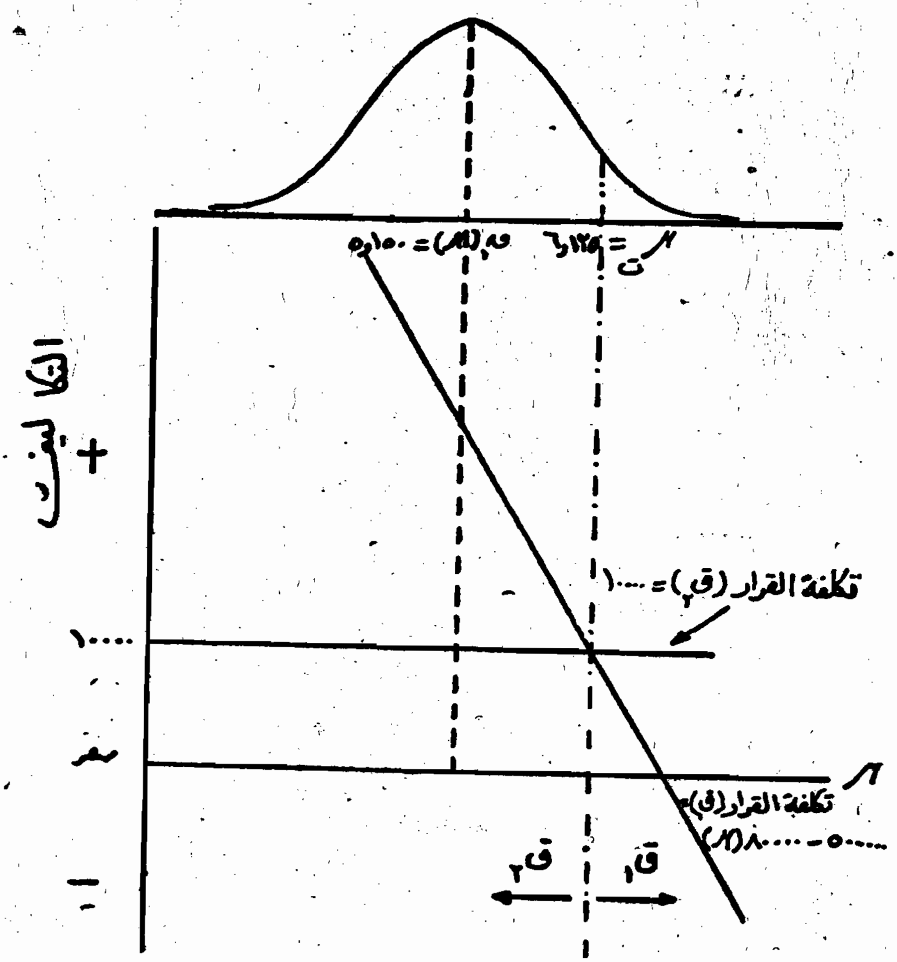
مما يعنى أن القيمة المتوقعة البعدية للمتغير(μ) = $ى_1(\mu)$ يجب أن تكون على الأقل مساوية للمقدار (٦ر١٢٥) ؛ قبل أن يكون من الممكن التفكير فى انتاج وتسويق السلعة الجديدة .

ولكن نظرا لأن [$ى_1(\mu) = 0,150 < \mu_{ت} = 6,125$] ؛ فان القرار الثانى ($ق_2$) يجب أن يتبع فى هذه الحالة ؛ لأن القيمة المتوقعة للايراد الكلى لن تكون كافية فى هذه الحالة لتغطية كل من التكاليف الثابتة والتكاليف المتغيرة .

وقد يترأى للقارىء أن الأسلوب أو الطريقة السابقة مشابه للنظرية الكلاسيكية لاختبار الفروض . ولكن أحد الفروق الهامة والرئيسية التى يجب ملاحظتها هنا هو أن القيمة الحرجة للمتغير العشوائى [$\mu_{ت} = \mu$] ؛ لم يتم اختيارها بطريقة تلقائية لكى تعطى مستوى معنوية يمكن قبوله بوجه عام .

ولكن على العكس تم اختيار عدد [illegible] عشوائى بالتحديد على أساس من المتغيرات المتعلقة بالمشكلة المحددة موضع الدراسة .

ومن الممكن توضيح طبيعة هذه المشكلة فى شكل بيانى مثل الشكل رقم (١) الآتى :



شكل (١)

ويلاحظ أن الشكل (١) السابق ينقسم الى جزئين ؛ حيث يوضح الجزء الأعلى منه الدالة التجميعية البعدية للمتغير (م) ؛ فى حين يوضح الجزء الأسفل منه التكاليف الشرطية .

من الشكل السابق يتضح أن القرار (ق١) يجب اتباعه اذا كانت [ق١ (μ)] تقع على يمين القيمة (μت) ، فى حين يجب اتباع القرار (ق٢) اذا كانت [ق١ (μ)] على يسار القيمة (μت) . ومن ثم تتضح العلاقة بين هذا الأسلوب من التحليل والأسلوب الكلاسيكى لاختبارات الفروض .

القيمة الشرطية للمعلومات الكاملة :

يعتبر من السهل جدا تقدير القيمة الشرطية للمعلومات الكاملة بالنسبة لمشكلة التسويق السابقة ذات الاجرائين والتكاليف الخطية والتى تخضع للتوزيع الطبيعى القبلى . فكما هو الحال فى الأجزاء السابقة ، فان السؤال الأساسى هنا هو : ما هو القدر الذى سوف يستفاد به صانع القرار اذا كان يستطيع بطريقة ما الحصول على معلومات كاملة عن المتغير العشوائى الخاص بالمشكلة قبل أن يتخذ اجراؤه ؟. وفى هذه الحالة ، فان ذلك يعنى معرفة القيمة الحقيقية للمتغير (μ) .

ومن الملاحظ أنه يوجد حالتين هنا يجب أخذهما فى الاعتبار .

أولا : بفرض أن [ه(μ) < μت] وأن متخذ القرارات قرر اتباع الاجراء السليم . فاذا كان الحال — فى الحقيقة — كذلك ، أى اذا كانت القيمة الحقيقية المتغير (μ < μت) ، فان اجراؤه المؤسس على أن [ه(μ) < μت] يعتبر الأمثل فى هذه الحالة ولن يجنى شيئا بحصوله مقدما على ملعومات عن المتغير(μ) .

ولكن الحال لن يكن كذلك اذا كانت [ه(μ) < μت] ؛ بينما يقرر الواقع أن [μ < μت]ومن ثم يكون الاجراء المبنى على أساس المعلومات غير الكاملة هو القرار الأسوء . وعلى ذلك يصبح السؤال الأساسى الآن هو : بقدر كم سوف يكون حال متخذ القرارات أسوء نتيجة لاتباعه الاجراء الأسوء ؟

فى هذا المجال يلاحظ أنه بالنسبة لكل وحدة يزيد بها المتغير (μ) عن (μت) ، فان تكلفة الاجراء (ق١) تزيد بالمقدار (ب١) ، فى حين أن تكلفة (ق٢) تزيد بالمقدار (ب٢) . وحيث أن تكلفة الاجرائين متساوية عند (μت) ، فان

الفرق بين التكلفتين يجب أن يساوى ($ب_1 - ب_2$) مضروبا فى القدر الذى تزيد به قيمة (μ) عن ($\mu_ت$) .

ومن ثم فان القيمة الشرطية للمعلومات الكاملة ـ شرطية بالنسبة لقيمة (μ) بالمقارنة بقيمة ($\mu_ن$) ـ يمكن وضعها الآن فى الصورة الآتية :

$$\text{القيمة الشرطية للمعلومات الكاملة} = \begin{cases} \text{صفر} & \text{إذا كانت: } \mu < \mu_ت \\ (ب_1 - ب_2)(\mu - \mu_ت) & \text{إذا كانت } \mu > \mu_ت \end{cases} \quad \text{بالنسبة إلى : ق } (\mu) > \mu_ت \qquad (١٩)$$

ولكن يعاب على التعبير السابق أنه قديسبب بعض الأخطاء أو الصعوبات عند استخدامه عمليا ، حيث يعتمد فى صياغته على الرمز الى الاجراء ذو القيمة (ب) الأكبر بالرمز ($ق_1$) بدلا من ($ق_2$) . ولتلافى أية صعوبة قد تنتج عن ذلك ، يكون من المفيد استخدام القيمة المطلقة للفرق بين التكلفتين ($ب_1 ب_2$) بدلا من القيمة الجبرية لهذا الفرق . وبمعنى آخر تستخدم $|ب_1 - ب_2|$ الموجبة دائما بدلا من ($ب_1 ب_2$) .

ثانيا : اذا تصادف وان كانت قيمة [$ق \mu > \mu_ت$] ، فان المناقشة السابقة يجب عكسها . وبمعنى آخر ، أنه لن توجد أية فائدة اضافية من الحصول على معلومات كاملة مقدما تقرر أن [$\mu > \mu_ت$] ، فى حين يحصل متخذ القرارات على مكسب قدرة [$|ب_1 - ب_2| (\bar{\mu}_ت - \mu)$] اذا أوضحت المعلومات الكاملة المسبقة على اتخاذ القرار أن ($\mu > \mu_ت$) .

وعلى ذلك يمكن الآن تعميم الصيغة السابقة الخاصة بالقيمة الشرطية للمعلومات الكاملة ، كالآتى :

$$\text{القيمة الشرطية للمعلومات الكاملة} = \begin{cases} \text{صفر} & \text{إذا كانت : } \mu \geq \mu_{\text{ن}} \\ |\text{ب}_1 - \text{ب}_2| \; (\mu_{\text{ن}} - \mu) & \text{إذا كانت : } \mu < \mu_{\text{ن}} \end{cases} \quad \text{بالنسبة إلى : } \text{ح}(\mu) > \mu_{\text{ن}} \qquad (٢٠)$$

$$\text{القيمة الشرطية للمعلومات الكاملة} = \begin{cases} |\text{ب}_1 - \text{ب}_2| \; (\mu - \mu_{\text{ن}}) & \text{إذا كانت : } (\mu > \mu_{\text{ن}}) \\ \text{صفر} & \text{إذا كانت : } \mu \leq \mu_{\text{ن}} \end{cases} \quad \text{النسبة إلى : } \text{ح}(\mu) < \mu_{\text{ن}} \qquad (٢١)$$

وبالطبع فان القيمة الشرطية للمعلومات الكاملة تعتبر غير معلومة عند عدم التأكد من القيمة الحقيقية للمتغير العشوائى (μ) . ومن ثم بالنسبة للأغراض العملية ؛ يكون من الضرورى استخدام القيمة المتوقعة للمعلومات الكاملة السابق تعريفها فى الأجزاء السابقة . فاذا كانت التوزيعات الاحتمالية المستخدمة فى حل المشكلة موضع البحث من النوع غير المستمر ؛ فان الاجراءات الحسابية تكون بالضبط كما سبق شرحه فى الأجزاء السابقة ؛ وبذلك لا يحتاج الى مناقشتها مرة أخرى هنا .

ولكن من ناحية أخرى توجد بعض الطرق المختصرة لتناول حالات التوزيع المستمر عن طريق تلخيص هذه التوزيعات باستخدام الأوساط الحسابية والانحرافات المعيارية لهذه التوزيعات . ولكن المشكلة التى يصادفها القارىء فى هذا المجال هى احتياجه الى استخدام بعض النظريات الاحصائية المتقدمة ؛ والتى قد لا يكون ملما بها بالكامل ؛ ولذلك يرى الباحث أن تقديم المعادلات الخاصة بهذه الطرق هنا قد لا يعود بفائدة تذكر على القارىء .

اتخاذ قرار المعاينة

حتى الآن لم يذكر الا القليل جدا حول اتخاذ قرار المعاينة أو عدم المعاينة ؛ وذلك قبل اتباع الاجرائى النهائى . وفى الواقع ؛ تتطوى هذه العملية عادة على مجموعة من القرارات المتتابعة ؛ حيث تكون أول خطوة تقرير ما اذا كان

من الضرورى سحب عينة أم لا . فاذا تقرر ضرورة سحب عينة ، فان القرار الثانى يجب أن يحدد حجم العينة الواجب سحبها . وبالطبع فان هذه القرارات تعتمد على مقدار تكاليف تصميم ، سحب ، وتحليل بيانات العينة . ومن الواجب أيضا مقارنة هذه التكاليف بقيمة المعلومات الممكن الحصول عليها من عملية المعاينة .

وبالطبع اذا لم يكن هناك مثل هذه التكاليف ؛ فمن الواضح أن القرار الأمثل هو المعاينة حتى النقطة التى لا يمكن بعدها الحصول على أية معلومات اضافية ، وبالنسبة لأية مشكلة يكون معنى ذلك معاينة جميع عناصر المجتمع وضع البحث . ولكن بالطبع ولسوء الحظ ؛ فان عملية المعاينة تنطوى دائما على تحمل بعض التكاليف .

وقبل الاسترسال فى هذا الموضوع يستحسن أن يتم أولا تقديم تعاريف لبعض الاصطلاحات التى سوف تستخدم بكثرة فى مناقشة هذا الموضوع ؛ ومنها الآتى :

الاجراء النهائى Terminal Action : عبارة عن أى اجراء يضع نهاية أخيرة للمشكلة . ومن ثم فان قبول أو رفض ضبط الماكينات فى مثال رقابة الجودة السابق ذكره فى بداية هذا البحث يعتبر اجراء نهائى . وبالمثل تسويق أو عدم تسويق السلعة الجديدة فى مثال التسويق ذو التوزيع الطبيعى السابق يعتبر أيضا اجراءا نهائيا .

القرار النهائى : Terminal Decision : عبارة عن القرار باتباع اجراء نهائى . ففى الأمثلة السابقة ؛ ينطوى قرار المعاينة على ارتباط باتباع اجراء نهائى بعد تحليل نتائج العينة الواحدة . وبالطبع ليس من الضرورى أن يكون الحال كذلك دائما . فبالنسبة لبعض أنواع من المشاكل قد لا تكون نتائج العينة مقنعة بدرجة كافية ؛ ومن ثم يكون القرار الأمثل هو سحب عينة أخرى .

اجراءات القرارات المتتابعة Sequential Decision Protedure : اذا كانت مرحلة القرارات لا تنطوى دائما على اتباع اجراء نهائى بعد أخذ العينة المبدئية ؛

ولكن قد يتبعها اتخاذ قرار بالاستمرار في المعاينة ، فان ذلك يسمى « اجراءات القرارات المتتابعة » ـ والذى سوف يفرد له جزء خاص فى نهاية هذا البحث .

ولكن لتحقيق الغرض من المناقشة الحالية ، سوف يفترض مبدئيا وجود عينة واحدة على الأكثر اذا قرر اجراء المعاينة . كذلك من المفترض فى الأجزاء التالية مباشرة من مناقشة هذا الموضوع أن حجم العينة التى قد يتم سحبها ، محدد مقدما . وبمعنى آخر ، أن التركيز المبدئى هنا ينصب على القرار الأول الخاص بالمعاينة أو عدم المعاينة . وحتى يتم فهم طبيعة هـذا القرار ، يكون من الممكن بعد ذلك فحص مشكلة تقرير أو تحديد الحجم الأمثل للعينة . وسوف يتم توضيح كلا من هذين القرارين بالرجوع الى مثال ضبط الماكينات السابق ذكره فى الأجزاء الأولى من هذا البحث .

التحليل قبل البعدى مع حجم محدد للعينة :

ان المشكلة الرئيسية هنا عبارة عن تقيم التكاليف المتوقعة للاجراء النهائى قبل سحب العينة . أو بمعنى آخر ، تقدير التكاليف النهائية المتوقعة المترتبة على قرار المعاينة ، ثم اختيار الاجراء النهائى . ومن الممكن الوصول الى ذلك أساسا عن طريق حساب التكاليف المتوقعة للاجراء الأمثل بالنسبة لكل واحدة من النتائج الممكنة لعملية المعاينة .

مثلا اتضح فى مثال ضبط الماكينات بعد أخذ عينة حجمها ($ن = ٢٠$) وحدة ووجد بها ثلاث وحدات معيبة ($ر = ٣$) ، أن التكاليف المتوقعة البعدية لقبول ضبط الماكينات (الاجراء : $ق_١$) كانت (٢١,٥٣٠ جنيه) ، فى حين كانت التكاليف المتوقعة البعدية لرفض ضبط الماكينـات (الاجراء : $ق_٢$) كانت (١٨,٠٠٠ جنيها) . فاذا كان من المفترض أن الاجراء الأمثل يتبع دائما ، فيمكن القول اذا بمعلومية ناتج العينة ($ر = ٣$) ، أن التكاليف المتوقعة البعدية تساوى (١٨,٠٠٠ جنيها) .

ولكن قبل أن يتم سحب العينة وتحليل نتائجها ، فان كل ما يمكن قوله أن مبلغ (١٨,٠٠٠ جنيها) سوف يعادل التكاليف النهائية اذا واذا حدث

فقط أن كان ناتج العينة عبارة عن (ر = ٣) . وبمعنى آخر ؛ يمكن النظر الى مقدار التكاليف المساوية لمبلغ (١٨,٠٠٠ جنيه) ، على أنها تكاليف شرطية ، بمفهوم أنها شرطية بالنسبة لهذا الناتج المحدد للعينة . وفى هذا المجال يجب أن يلاحظ أن ناتج العينة (ر) ؛ يعامل هنا على أساس أنه متغير عشوائى ؛ وذلك قبل أخذ العينة .

ويلاحظ من الأجزاء الأولى من هذا البحث ؛ والخاصة بطريقة حساب الاحتمالات البعدية ؛ أن احتمال الحصول على الناتج المحدد للعينة (ر = ٣) يساوى (٠,١٣٥٤) . وبالمثل يوجد لكل قيمة من قيم المتغير العشوائى (ر̃) احتمال معين للحصول عليها ؛ يمكن حسابه بنفس طريقة حساب [ح(ر̃ = ٣) = ٠,١٣٥٤] . كذلك يمكن باتباع نفس أسلوب حساب التكاليف الشرطية بمعلومية (ر = ٣) ؛ حساب التكاليف الشرطية لكل واحدة من القيم الممكن الحصول عليها للمتغير (ر̃) .

وبمعنى آخر ؛ أنه بالنسبة لكل قيمة من قيم المتغير (ر̃) ؛ فان التكاليف الشرطية المتوقعة للاجراء النهائى الأمثل تساوى التكاليف الشرطية ـــ شرطية بالنسبة لهذه القيمة المحددة للمتغير (ر̃) ـــ مضروبة فى احتمال الحصول على هذه القيمة ، وذلك كما هو موضح فى الجدول (١٨) التالى :

أي العينة ر̄	ع (ر̄ = ر)	الإجراء النهائي الأمثل	تكلفة الإجراء النهائي الأمثل	
			الشرطية	المتوقعة
صفر	٠٫٢٢٣٥	قبول الضبط (ق$_{١}$)	١٢٫٣٣٠	٢ ٧٦٠
١	٠٫٢٩٧١	» » (ق$_{١}$)	١٤٫٥٧٠	٤٫٣٣
٢	٠٫٢٢٥٨	» » (ق$_{١}$)	١٧٫٨٥٠	٤٫٠٣
٣	٠٫١٣٥٤	رفض » (ق$_{٢}$)	١٨٫٠٠٠	٢٫٤٤٠
٤	٠٫٠٧٠٠	» (ق$_{٢}$)	١٨٫٠٠٠	١٫٢٦٠
٥	٠٫٠٣١٢	» » (ق$_{٢}$)	١٨٫٠٠٠	٠٫٥٦٠
٦	٠٫٠١١٩	» » (ق$_{٢}$)	١٨٫٠٠٠	٠٫٢١٠
٧	٠٫٠٠٣٨	» » (ق$_{٢}$)	١٨٫٠٠٠	٠٫٠٧٠
٨	٠٫٠٠١٠	» » (ق$_{٢}$)	١٨٫٠٠٠	٠٫٠٢٠
٩	٠٫٠٠٠٣	» (ق$_{٢}$)	١٨٫٠٠٠	٠٫٠١٠
١٠	صفر	» » (ق$_{٢}$)	١٨٫٠٠٠	صفر
المجموع	١٫٠٠٠٠			١٥٫٦٩٠

جدول (١٨)

وقد يكون من المفيد لتفهم الجدول (١٨) السابق ؛ فحص أحد أسطر هذا الجدول بخلاف (ر = ٣) . مثلا بالنسبة لحالة (ر̄ = صفر) ؛ يلاحظ في الأجل الطويل أنه اذا كانت عملية ضبط الماكينات تجرى بحيث أن (ح̄ = ٠٫٠٥) في (٥٠٪) من مرات الضبط ، (ح̄ = ٠٫١٠) في (٣٠٪) من مرات الضبط ، (ح̄ = ٠٫٥) في (٢٠٪) من مرات الضبط ، واذا تم سحب عينة حجمها (ن = ٢٠) بعد كل واحدة من هذا العدد الكبير جدا من مرات ضبط الماكينات ، فسوف يتضح أن (٢٢٫٣٥٪) من هذه العينات لن تحتوى على أية وحدات معيبة (أى أن : ر̄ = صفر) تحت جميع هذه الظروف . ومن ثم يمكن حساب أنه اذا حصل على مثل هذا الناتج

للعينة ؛ فان الاجراء الأمثل الذى يحقق أقل تكلفة ممكنة ، هو قبول ضبط الماكينات والبدء فى عملية الانتاج ، وان قيمة التكاليف الشرطية لهذا الاجراء تعادل (١٢,٣٣٠ جنيها) لكل (١٠٠٠) وحدة منتجة ؛ وذلك مقابل تكاليف شرطية متوقعة قدرها (١٨,٠٠٠ جنيها) اذا رفض ضبط الماكينات . وبمعنى آخر ؛ أنه فى ضوء تكرارات الأجل الطويل اذا قبل ضبط الماكينات (ق١) فى كل المناسبات التى تسحب منها عينة حجمها (ن = ٢٠) وتعطى عددا من الوحدات المعينة (س = صفر)؛ فان تكلفة الأجل الطويل سوف تعادل فى المتوسط مبلغ (١٢,٢٣٠ جنيها) تقريبا .

ويلاحظ أن الغرض الرئيسى من الحسابات السابقة والموضحة فى جدول (١٨) من اجراءات المعاينة (ن = ٢٠) ؛ والتى تعادل مجموع التكاليف الشرطية المتوقعة للاجراءات النهائية المثلى ؛ أى تعادل (١٥,٦٩٠ جنيها) .

وبالمثل يمكن توضيح مفهوم هذا النوع من التكاليف من وجة نظر تكرارات الأجل الطويل كالآتى :

اذا تم ضبط الماكينات لعدد كبير جدا من المرات ، واستخدم نفس اجراء المعاينة السابق فى كل مرة ، واذا قبل أو رفض ضبط الماكينات تبعا لمقدار السابق ؛ هو تقدير قيمة التكاليف النهائية المتوقعة لهذا الاجراء المفرد والمحدد التكاليف المتوقعة البعدية ؛ فان التكاليف المتحملة عن طريق اتباع الاجراء الأمثل دائما سوف تعادل فى المتوسط ؛ وفوق الأجل الطويل ؛ مبلغ (١٥,٦٩٠ جنيها) تقريبا بالنسبة لكل دورة انتاج (١٠٠٠) وحدة من السلعة .

ويعرف هذا النوع من اجراءات التحليل باسم « التحليل قبل البعدى » ؛ حيث يتم قبل أخذ العينة وقبل معرفة الاحتمالات البعدية المقابلة لنتائج العينة

وتقضى الخطوة التالية بعد ذلك ؛ توضيح كيفية استخدام هذه التكاليف النهائية المتوقعة لتقرير ما اذا كان لاجراء المعاينة هذا (ن = ٢٠) فائدة أم لا ؛ وذلك كالآتى :

أفترض أولا أنه لم يتم أخذ عينة وأن القرار النهائى سوف يبنى على أساس الاحتمالات القبلية بمفردها . وقد سبق فى جدول (٨) حساب الق

الأمثل فى ضوء الاحتمالات القبلية فقط ، ووجد أنه قرار قبول ضبط الماكينات (ق١) ، وأن التكلفة المتوقعة لهذا القرار تعادل (١٧٠٠٠ جنيها) ؛ وذلك مقابل (١٨٠٠٠ جنيها) بالنسبة لقرار رفض ضبط الماكينـات والاستعانة بالخبير (ق٢) .

وعلى ذلك فانه فوق الأجل الطويل ؛ يكون تأثير المعاينة بالضرورة عباره عن خفض قيمة التكاليف المتوقعة للاجـراء النهائى الأمثل بمقـدار قدرة (١٧,٠٠٠ ـ ١٥,٦٩٠ = ١,٣١٠ جنيها) تقريبا .

واذا فرض أيضا أن الوقت اللازم لتصميم العينة وتحليل نتائجها يتكلف مبلغ (٠,٤٠٠ جنيه) وأن الوقت اللازم لفحص كل وحدة من وحدات العينة يتكلف مبلغ (٠,٠١٠ جنيه) ؛ فان التكاليف الكلية لأخذ العينة وتحليلها تساوى :

٠,٤٠ + ٠,٠١٠ × ٫ن = ٠,٦٠٠ جنيه بالنسـبة لعينة حجمهـا (ن = ٢٠) .

وعلى ذلك تكون التكاليف الكلية المتوقعة لاتباع هذا الأسـلوب من المعاينة ، ثم أخذ الاجراء النهائى الأمثل بعد ذلك ؛ عبارة عن مجموع كل من : تكاليف المعاينة والتكاليف النهائية المتوقعة .

وفى المثال الحالى نجد أن ذلك يساوى :

١٥,٦٩٠ + ٠,٦٠٠ = ١٦,٢٩٠ جنيها .

وعلى ذلك يكون صافى الخفض فى قيمة اجمالى التكاليف المتوقعة للاجراء النهائى معادل للآتى :

١٧,٠٠٠ ـ ١٦,٢٩٠ = ٠,٧١٠ جنيها .

مما يعنى أنه من المفضل أخذ العينة ، وأن اجراء المعاينة له ما يحبذه .

ومن الواجب أن يلاحظ هنا أن كل ما تم الوصول اليه الآن هو كيفية

تقدير ما اذا كان لنوع معين ومحدد من اجراءات المعاينة فائدة أم لا ، وفى نفس الوقت لم يتم القول بأن هذا الاجراء هو أفضل اجراءات المعاينة ؛ فقد يوجد فى الواقع اجراءات معاينة أخرى ينتج عنها اجمالى تكاليف متوقعة للاجراء النهائى أكثر انخفاضا .

التحليل قبل البعدى باستخدام اجمالى الخسائر المتوقعة :

فى الجزء التالى سيتم توضيح كيف يمكن الوصــول الى نفس النتائج الســابقة باستخدام الخسائر الشرطية بدلا من التكاليف الشرطية ، وذلك كالآتى :

من الأجزاء الأولى من هذا البحث يتذكر القارىء أن الخسائر المتوقعة لأى اجراء عبارة عن الفرق بين التكاليف (أو الأرباح) المتوقعة للاجراء عندما تكون المعلومات غير كاملة ، وبين التكاليف (أو الأرباح) المتوقعة التى يمكن أن تنتج اذا كان من الممكن الحصول دائما على معلومات كاملة مقدما . كذلك يجب التذكر بأن الخسائر المتوقعة البعدية هى تلك الخسائر المتعلقة باجراء نهائى مأخوذ على أساس الاحتمالات البعدية التى حددت طبقا لاجراء معاينة محدد . ومن ثم فان التحليل قبل البعدى للخسائر المتوقعة يأخذ فى الحسبان الخسائر المتوقعة للاجراء النهائى الأمثل بالنسبة لكل واحد من نتائج العينة الممكن الحصول عليها واحتمال الحصول على كل واحد من هذه النتائج .

مثلا بالنسبة لمثال ضبط الماكينات ، سبق أن لوحظ أن الخسائر المتوقعة بمعلومية ناتج العينة (ر̄ = ٣) وحجم العينة (ن = ٢٠) ؛ كما هو موضح فى الجدول رقم (١٢) ؛ على أنها تعادل مبلغ (١٠٧٦٠ جنيها) . وقد كان القرار الأمثل هو رفض ضبط الماكينات والاستعانة بالخبير (ق$_2$) ؛ وبالطبع كان مماثلا لما استنتج على أساس التكاليف المتوقعة . وقد رفض القــرار البديل (ق$_1$) المتعلق بقبول ضبط الماكينات نظرا لأن خسائرة المتوقعة كانت ٥٠١٥٠ جنيها) .

وباستخدام نفس الأسلوب الموضح فى الجدول (١٢) الســابق ، فان

الخسائر المتوقعة بالنسبة لكل واحد من النتائج الممكنة للعينة يمكن حسابها . وأن الخسائر المتوقعة للاجراء النهائى الأمثل تحسب بعد ذلك عن طريق جمع حواصل ضرب كل واحدة من هذه الخسائر المتوقعة فى احتمال ناتج العينة الملاحظ مقابل هذه الخسائر المتوقعة . وقد تم توضيح جميع هذه العمليات الحسابية فى الجدول رقم (١٩) التالى ؛ مع ملاحظة أن احتمال الحصول على كل ناتج محدد من نتائج العينة مساوى لما هو موجود فى جدول (١٨) السابق .

ناتج العينة $\tilde{r}$	ع($\tilde{r}=r$)	الإجراء النهائى الأمثل	خسائر الإجراء النهائى الأمثل: الشرطية	المتوقعة
٠	٠,٢٢٣٥	قبول الضبط (ق١)	٠,٧٥٠	٠,١٧٠
١	٠,٢٩٧١	« « (ق١)	١,٦٥٠	٠,٤٩٠
٢	٠,٢٢٥٨	« « (ق١)	٣,٢٠٠	٠,٧٢٠
٣	٠,١٣٥٤	رفض « (ق٢)	١,٧٦٠	٠,٢٤٠
٤	٠,٠٧٠٠	« « (ق٢)	٠,٧٦٠	٠,٠٥٠
٥	٠,٠٣١٢	« « (ق٢)	٠,٢٨٠	٠,٠١٠
٦	٠,٠١١٩	« « (ق٢)	٠,١٠٠	٠,٠٠١
٧	٠,٠٠٣٨	« « (ق٢)	صفر	صفر
٨	٠,٠٠ ٠	« « (ق٢)	صفر	صفر
٩	٠,٠٠٠٣	« « (ق٢)	صفر	صفر
١٠	صفر	« « (ق٢)	صفر	صفر
المجموع	١,٠٠٠٠٠			١,٦٨١

جدول (١٩)

ويلاحظ من الجدول رقم (١١) الموجود فى الأجزاء السابقة من هذا البحث ، أن قيمة الخسائر المتوقعة المحسوبة على أساس الاحتمالات القبلية فقط تعادل (٣,٠٠٠ جنيهات) ؛ بالنسبة للاجراء (ق١) . ومن ثم فان اجراء المعاينة يخفض من قيمة الخسائر المتوقعة للاجراء النهائى بمقدار :

٣,٠٠٠ ــ ١,٦٨١ = ١,٣١٩ جنيه .

وبمعنى آخر ، أن الوفر الكلى المتوقع من المعاينة يعادل مبلغ (١٫٣١٩ جنيه) . ويجب أن يلاحظ هنا أن الحسابات التى أجريت على أساس التكاليف المتوقعة ؛ أوضحت أن الوفر الكلى المتوقع من المعاينة (١٫٣١٠ جنيه) ؛ كان الى حد كبير مطابقا لما تم حسابه باستخدام الخسائر الشرطية ، ويرجع الفرق بينهما (٠٫٠٠٩ جنيه) الى أخطاء التقريب فى العمليات الحسابية فقط ومرة أخرى نذكر القارىء بأن الوفر الصافى الناتج من اجراءات المعاينة عبارة عن قيمة الوفر الاجمالى السابق حسابها (١٫٣١٩ جنيه) مطروحا منها تكاليف المعاينة .

الحجم الأمثل للعينة :

فى الجزء السابق مباشرة وضح كيف يمكن حساب الوفر الصافى المتوقع نتيجة لسحب عينة ذات حجم معين ؛ ولكن تحديد الحجم الأمثل للعينة يتطلب اجراء هذه العمليات الحسابية لعدد كبير من القيم المختلفة لحجم العينة (ن) ؛ ثم اختيار قيمة (ن) التى تعطى أكبر وفر صافى متوقع . وقد يخيل للقارىء أن ذلك عمل شاق للغاية ؛ ولكن الواقع غير ذلك الى حد كبير . ويرجع ذلك الى وجود عامل محدد على حجم العينة الممكن أخذه ؛ وهو أن تكاليف المعاينة لا يمكن السماح بزيادتها عن القيمة المتوقعة القبلية للمعلومات الكاملة ؛ والتى تعادل أيضا الخسائر المتوقعة القبلية للاجراء الأمثل .

مثلا فى مثال ضبط الماكينات السابق ذكره ؛ كانت قيمة الخسائر المتوقعة القبلية تعادل (٣٫٠٠٠ جنيهات) بالنسبة للاجراء النهائى الأمثل على أساس المعلومات القبلية فقط . وعلى ذلك اذا كانت تكلفة المعاينة أكبر من هذه القيمة، فان القرار الأمثل يكون البدء فى العملية الانتاجية (الاجراء النهائى الأمثل) ولا تسحب العينة . وذلك لأن سحب العينة سوف ينتج عنه (فى الأجل الطويل) ميل نحو زيادة التكاليف بدرجة أكثر .

وعلى ذلك ، فلكى تكون عملية المعاينة مجدية ولها ما يحبذها ، فيجب أن تكون .

٤٠٠ ٠ + ٠٫٠١٠ ن < ٣ر٠٠٠ جنيهات

أى أن :

ن < ٢٦٠ وحدة ملاحظة

واذا كانت التكلفة الحدية للمعاينة أكبر من (٠٫٠١٠ جنيه) ؛ فان الحد الأقصى لحجم العينة سوف يكون بالطبع أصغر مما سبق حسابه . مثلا اذا كانت التكلفة الحدية للمعاينة (٠٫٠٥٠ جنيه) ، أى أن دالة تكلفة المعاينة تأخذ الشكل الآتى :

٠٫٤٠٠ + ٠٫٠٥٠ ن

فان اجراء المعاينة يكون له فائدة اذا كان فقط حجم العينة (ن) < ٥٢ .

ومع ذلك فان حقيقة الاحتياج الى كثير من العمليات الحسابية ما زالت قائمة ؛ وقد يكون من الضرورى فى مثل هذه الحالات اللوجوء الى مساعدة الحاسبات الالكترونية لحل مثل هذه المشكلات .
لعرض تفاصيل هذه الطرق المختصرة .

ومع كل توجد بعض الطرق المختصرة لأنواع معينة من المشكلات ، ولكن المبادىء الأساسية للحل تبقى كما هى أيضا . وبالطبع ليس المجال هنا مناسبا

اسلوب القرارات المتتابعة Sequantial Decision approache

ان الأسلوب البديل لاجراء سحب عينة مفردة السابق مناقشته ، هو السماح بوجود امكانية اجراء المعاينة مرة أو مرات أخرى بعد سحب وتحليل العينة المبدئية . وعموما ، فان القرار الخاص باتباع اجراء نهائى أو الاستمرار فى المعاينة يعتمد على نتائج العينة السابقة . وتعرف عملية القرارات من هذا النوع باسم « أسلوب القرارات المتتابعة » .

ومن الملاحظ فى مناقشة القرار المبدئى الخاص بسحب العينة أو عدم سحبها أن الكسب المتوقع والناتج من عينة محددة يميل الى الاختلاف تبعا لناتج العينة . ومن الممكن رؤية ذلك عن طريق فحص الخسائر النهائية الشرطية بالنسبة لمثال ضبط الماكينات ، وذلك كما هو موضح فى الجدول رقم (١٩) السابق. ولغرض توضيح ذلك بدرجة أكثر ، دعنا نفحص الناتجين ($\bar{r}$ = ٢ و $\bar{r}$ = ٠) مثلا . فبالنسبة للخسائر النهائية المشروطة على أن ($\bar{r}$ = ٢) ، نجد أن قيمتها تساوى (٣,٢٠٠ جنيهات) . وحيث أن الخسائر المتوقعة للاجراء النهائى الفورى بدون معاينة تعادل مبلغ (٣,٠٠٠ جنيهات) فان اجمالى الكسب المتوقع من عملية المعاينة والحصول على هذه النتيجة المحددة بالذات يعتبر فى الواقع سالبا . أى أنه يساوى : ٣,٠٠٠ ــ ٣,٢٠٠ = ــ ٠,٢٠٠ جنيها .

ومن ناحية أخرى ، نجد أن الخسائر الشرطية بالنسبة لحالة ($\bar{r}$ =صفر) ، تعادل مبلغ (٠,٧٥٠ جنيه) ، وبالتالى فان اجمالى الكسب المتوقع فى هذه الحالة يساوى : ٣,٠٠٠ ــ ٠,٧٥٠ = ٢,٢٥٠ جنيها .

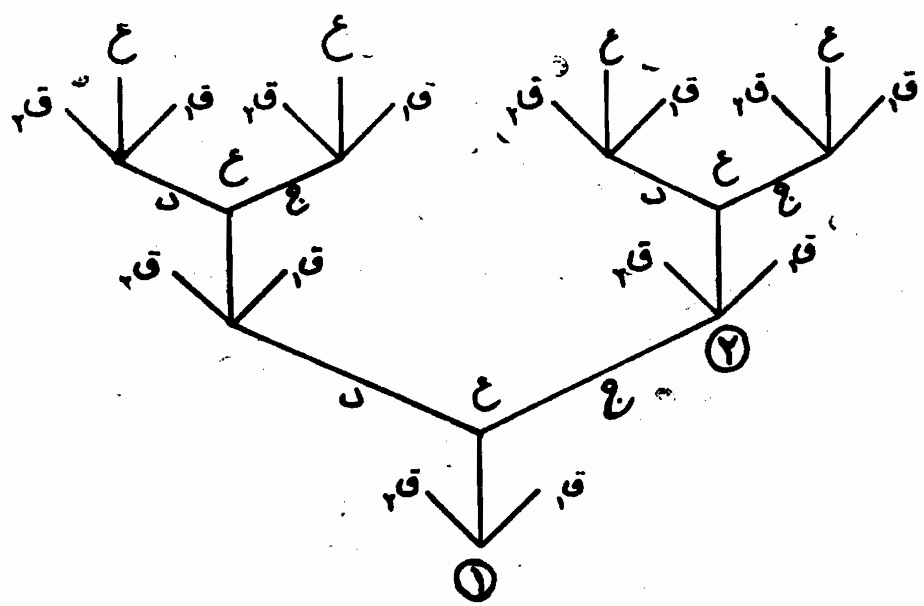
وبالطبع ، فان المكاسب المتوقعة الصافية تكون أقل من تلك المكاسب الاجمالية بمقدار تكلفة المعاينة .

ومن المناقشة البسيطة السابقة قد يتضح للقارىء أن الحجم الأمثل للعينة يختلف تبعا لناتج العينة نفسها ، ولكن لسوء الحظ لا يمكن تعديل طريقة التحليل قبل البعدى السابق عرضها لتأخذ ذلك فى الحسبان ، وذلك لأن ناتج العينة يعتبر أساسا غير معلوم مقدما . ومع كل ، فمن المرغوب فيه اجراء نوع من التعديلات ، وبصفة خاصة ، اذا كان من المكلف كثيرا الحصول على

كل وحدة ملاحظة فى العينة . والطريقة التى سيتم عرضها فى الأجزاء التالية تتلخص فى سحب وحدة ملاحظة واحدة فى كل مرة يقرر فيها المعاينة ، ثم يقرر ما اذا كانت الخسائر المتوقعة أقل بالنسبة للاجراء النهائى ، أو أقل بالنسبة لسحب على الأقل وحدة ملاحظة أخرى قبل اتخاذ الاجراء النهائى .

شجرة القرارات : A Decision Tree

كثيرا ما يكون من المفيد تمثيل عملية القرارات المتتابعة فى شكل بيانى ؛ حيث تعتبر هذه الوسيلة واحدة من أوضح الوسائل لشرح معنى هذا الأسلوب . ويعطى الشكل (٢) التالى توضيحا عاما لما تحتويه مشكلة ما مثل مشكلة ضبط الماكينات السابق ذكرها . يتذكر القارىء بالطبع أن طبيعة عملية الانتاج فى هذه المشكلة يمكن تلخيصها فى الوحدةالمنتجة ؛ اما أن تكون جيدة (ج) أو معيبة (د) ، وبالمثل فان أية وحدة فى العينة يجب أن تكون أيضا اما جيدة أو معيبة .



(شكل ٢)

بالبدء عند الموضع (١) فى أسفل الشكل (٢) السابق ؛ نجد من المفترض أن متخذ القرارات ليس لديه سوى المعلومات القبلية فقط ، ويوجد لديه

ثلاث بدائل ؛ البديل الأول منها هو قبول ضبط الماكينات والبدء فى العملية الانتاجية (ق١) ، والبديل الثانى هو رفض ضبط الماكينات والاستعانة بخدمات الخبير (ق٢) ؛ وبالطبع يعتبر كل من هذين البديلين اجراء نهائى ، وبالتالى فان اختيار أى منها ينهى المشكلة . أما البديل الثالث فهو عدم اتخاذ اجراء نهائى ولكن سحب عينة بدلا من ذلك .

وبالطبع يوجد اثنان فقط من هذه البدائل الثلاث يتطلبان مراعاة وفحص جادين ؛ وذلك لأن واحد فقط من الاجرائين النهائيين الممكن اتباعهما سوف يتضمن فى العادة تكلفة متوقعة أقل ؛ ومن ثم يمكن رفض الآخر منذ البداية . والمشكلة الحقيقية بعد ذلك هى كيف يقرر ما اذا كان من الواجب اتخاذ الاجراء النهائى الأمثل أو البدء فى المعاينة . وبالطبع فان هذا القرار يمكن اتخاذه فقط عن طريق الذهاب الى أبعد من ذلك بعض الشىء . وبمعنى آخر ؛ فان ما نعنيه هنا هو تحليل قبل البعدى ولكن من نوع مختلف بعض الشىء عما سبق تقديمه فى الأجزاء السابقة . ومرة أخرى يجب التنبيه هنا الى أن جميع الاحتمالات المختلفة يجب أخذها فى الحسبان قبل بدء عملية المعاينة .

فاذا تم أخذ عينة ؛ فان الوحدة الملاحظة يجب أن تكون اما جيدة (ج)، أو معيبة (د) . ويوجد فرع شجرة لتمثيل كل واحد من هذه الامكانيات عند التحرك الى أعلى من الموضع (١) فى الشكل (٢) السابق . وبفرض أن وحدة العينة التى تم فحصها اتضح أنها جيدة (ج) ؛ فان النقطة التى تعنينا الآن على الشكل (٢) ؛ هى عند الموضع (٢) . ومرة أخرى ؛ نجد أن متخذ القرارات له الاختيار بين الاجراء النهائى الأمثل (أمثل على أساس الاحتمالات البعدية المحسوبة من ناتج العينة) — أو الاستمرار فى المعاينة . ثم يكرر هذا الاجراء حتى يصل الى النقطة التى تكون عندها قيمة المعلومات الاضافية الناتجة من ملاحظة اضافية جديدة غير كافية لتعويض تكلفة الحصول على هذه الملاحظة .

مثال على اسلوب القرارات المتتابعة :

من الممكن هنا استخدام مثال ضبط الماكينات السابق ذكره كثيرا فى هذا البحث ؛ لتوضيح كيفية عمل أسلوب القرارات المتتابعة . ولكن لغرض شرح هذا الأسلوب بطريقة أوضح ؛ فيفضل استخدام مثال جديد أكثر سهولة وبساطة من المثال السابق وان كان أقل مطابقة للواقع من المثال الأول(*) وذلك كالآتى: افترض مرة أخرى أن آلة يتم ضبطها لتنتج عددا من وحدات سلعة ما ، وأن قيم المتغير (حَ) الممكن الحصول عليها فى هذه الحالة هى (حَ = ٠٫٠٥ ، ٠٫٥٠ ، ٠٫٩٥) وأن الاحتمالات القبلية المحددة للحصول على هذه القيم [ع (حَ = ح)] كانت على الترتيب (٠٫٢ ، ٠٫٧ ، ٠٫١) . وافترض أيضا ؛ كما كان الحال من قبل ؛ أن نتيجة الضبط (حَ = ح) تتوقف أيضا على مقدار جودة عملية الضبط المجهولة أصلا . وافترض أيضا أنه يوجد أمام مدير الانتاج كلا من القرارين السابقين ؛ أى قبول الضبط (ق١) ، أو رفض الضبط (ق٢) . كذلك افترض أن الجدول (٢٠) التالى يوضح بالاضافة الى الاحتمالات القبلية السابقة ؛ كل من التكاليف والخسائر الشرطية لهذين القرارين .

نسبة المعيب حَ = ح	ع (حَ = ح)	التكاليف الشرطية: قبول الضبط (ق١)	التكاليف الشرطية: رفض الضبط (ق٢)	الخسائر الشرطية: قبول الضبط (ق١)	الخسائر الشرطية: رفض الضبط (ق٢)
٠٫٠٥	٠٫٢	١٠٠	١٠٠٠	صفر	٩٠٠
٠٫٥٠	٠٫٧	١٠٠٠	١٠٠٠	صفر	صفر
٠٫٩٥	٠٫١	١٩٠٠	١٠٠٠	٩٠٠	صفر

جدول (٢٠)

وافترض أيضا أن العينة مكلفة لدرجة كبيرة ؛ مثلا تكلف (٦٫٠٠٠ جنيهات) لكل وحدة يتم فحصها . ومن ثم يوجد حافز قوى لجعل عدد الوحدات التى يتم فحصها أقل ما يمكن .

وعلى ذلك يمكن حساب الخسائر المتوقعة اذا تم اتخاذ قرار نهائى فورى بدون سحب أية عينة ، كما هو موضح فى جدول (٢١) التالى .

(*) المستخدم مشابه لذلك الموجود فى كتاب روبرت شليفر .

ح̄	ع.(ح̄=ح$_1$)	خسائر (ق$_1$)	ع.(ح̄=ح)×خسائر(ق$_1$)	خسائر (ق$_2$)	ع.(ح̄=ح)×خسائر(ق$_2$)
٠,٠٥	٠,٢	صفر	صفر	٩٠٠	١٨٠
٠,٥٠	٠,٧	صفر	صفر	صفر	صفر
٠,٩٥	٠,١	٩٠٠	٩٠	صفر	صفر
المجموع	١,٠٠٠		٩٠ جنيها		١٨٠ جنيها

جدول (٢١)

من الجدول السابق يتضح أن الاجراء النهائى الفورى الأمثل هو قبول ضبط الآلة (ق$_1$) ؛ حيث أن الخسائر المتوقعة لهذا الاجراء تعادل (٩٠,٠٠٠ جنيها) ؛ مقابل (١٨٠,٠٠٠ جنيها) لاجراء رفض الضبط (ق$_2$) . ومن ثم فان الاجراء (ق$_2$) يستبعد من أى اعتبار يتلو ذلك . وبما أن تكلفة المعاينة (٦٠٠٠ جنيهات) تعتبر أقل من الخسائر المتوقعة للاجراء النهائى الأمثل ؛ فمن غير الواضح بالتأكيد أن الاجراء النهائى يجب اختياره وتفضيله على المعاينة .

وعلى ذلك تكون الخطوة التالية بالنظر الى الناتجين (ج ، د) الممكن الحصول عليهما من عملية المعاينة . ويوضح الجدولين [٢٢ا ، ٢٢ب] التاليين ؛ توزيع الاحتمالات البعدية بمعلومية كل من هذين الناتجين .

ح̄	ع.(ح=ح̄)	ع(ج/ح)	ع(ج/ح)×ع.(ح̄=ح)	ع(ح/ج) = ع$_1$(ح̄=ح)
٠,٠٥	٠,٢	٠,٩٥	٠,١٩٠	٠,٣٤٩
٠,٥٠	٠,٧	٠,٥٠	٠,٣٥٠	٠,٦٤٢
٠,٩٥	٠,١	٠,٠٥	٠,٠٠٥	٠,٠٠٩
المجموع	١,٠٠		٠,٥٤٥	١,٠٠٠

جدول (٢٢ا)

ح̄	ع(ح̄=ح)	ع(د/ح)	ع(د/ح) × ع.(ح̄=ح)	ع١(ح/د)=ع١(ح̄=ح)
٠,٠٥	٠,٢	٠,٠٥	٠,٠١٠	٠,٠٢٢
٠,٥٠	٠,٧	٠,٥٠	٠,٣٥٠	٠,٧٦٩
٠,٩٥	٠,١	٠,٩٥	٠,٠٩٥	٠,٢٠٩
المجموع	١,٠٠		٠,٤٥٥	١,٠٠٠

جدول (٢٢ ب)

ويوضح الجدولين (٢٣أ ، ٢٣ب) التاليين ، الخسائر المتوقعة المبنية على أساس الاحتمالات البعدية السابق حسابها فى الجدولين السابقين ، ذلك كالآتى :

ح̄	ع١(ح̄=ح)	خسائر (ق١)	ع١(ح̄=ح)×خسائر(ق١)	خسائر (ق٢)	ع١(ح̄=ح)×خسائر (ق٢)
٠,٠٥	٠,٣٤٩	صفر	صفر	٩٠٠	٣١٤,١٠٠
٠,٥٠	٠,٦٤٢	صفر	صفر	صفر	صفر
٠,٩٥	٠,٠٠٩	٩٠٠	٨,١٠٠	صفر	صفر
المجموع	١,٠٠٠		٨,١٠٠ جنيها		٣١٤,١٠٠ جنيها

جدول (٢٣ أ)

ح̄	ع٢(ح̄=ح)	خسائر (ق١)	ع١(ح̄=ح)×خسائر (ق١)	خسائر (ق٢)	ع١(ح̄=ح)×خسائر (ق٢)
٠,٠٥	٠,٠٢٢	صفر	صفر	٩٠٠	١٩,٨٠٠
٠,٥٠	٠,٧٦٩	صفر	صفر	صفر	صفر
٠,٩٥	٠,٢٠٩	٩٠٠	١٨٨,١٠٠	صفر	صفر
المجموع	١,٠٠٠		١٨٨,١٠٠ جنيها		١٩,٨٠٠ جنيها

جدول (٢٣ ب)

من الجدولين السابقين ؛ يتضح أنه اذا كانت وحدة المعاينة جيدة (جـ) ؛ فان المفاضلة تكون بين قبول ضبط الآلة (ق١) ، أو المعاينة مرة أخرى . ومن ناحية أخرى ؛ اذا اتضح أن وحدة المعاينة معيبة (د) ؛ فان المفاضلة تكون بين رفض ضبط الآلة (ق٢)، أو المعاينة مرة أخرى . وبما أن تكلفة فحص وحدة ثانية (٦٫٠٠٠ جنيهات) أقل من الخسائر المتوقعة للاجراء النهائى الأمثل بالنسبة لكلا من هاتين الامكانيتين ، فيكون من الضرورى السير الى أبعد من ذلك والنظر فى بديل أخذ عينة ثانية .

والجدول (٢٤) التالى يوضح العمليات الحسابية اللازمة لتقدير قيم الاحتمالات البعدية لواحدة فقط من الحالتين الممكن الحصول على أيهما ؛ وهى حالة كون وحدة العينة الأولى التى تم فحصها جيدة ، والوحدة الثانية كانت جيدة أيضا . وعلى القارىء أن يلاحظ هنا أن امكانيات الحدوث لهذا الناتج تعادل تماما امكانيات الحدوث كما لو كانت عينة مكونة من ملاحظتين ليس بهما أية وحدة معيبة .

ح̄	ع٠ (ح̄ = ح)	ع (ج ج / ح)	ع (ج ج / ح) × ع٠ (ح̄ = ح)	ع١ (ح / ج ج) = ع١ (ح̄ = ح)
٠٫٠٥	٠٫٢	٠٫٩٠٢٥	٠٫١٨٠٥	٠٫٥٠٧
٠٫٥٠	٠٫٧	٠٫٢٥٠٠	٠٫١٧٥٠	٠٫٤٩٢
٠٫٩٥	٠٫١	٠٫٠٠٢٥	٠٫٠٠٠٣	٠٫٠٠١
المجموع	١٫٠٠		٠٫٣٥٥٨	١٫٠٠٠

جدول (٢٤)

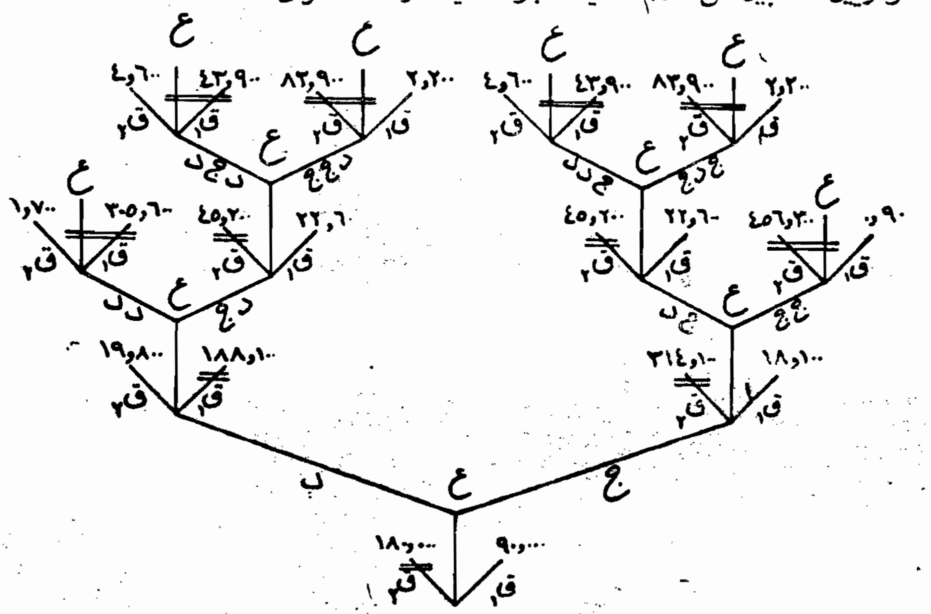
من بيانات الجدول السابق والخسائر الشرطية للقرارين (ق١ ، ق٢) ؛ يمكن الآن حساب قيمة الخسائر المتوقعة طبقا لهذا الناتج ؛ وذلك كما هو موضح فى الجدول (٢٥) التالى :

حـ	ع١(حـ = حـ)	خسائر (ق١)	ع١(حـ = حـ) خسائر (ق١)	خسائر (ق٣)	ع١(حـ = حـ) خسائر (ق٢)
٠.٠٠٥	٠.٥٠٧	صفر	صفر	٩٠٠	٤٥٦,٣٠٠
٠.٥٠	٠.٤٩٢	صفر	صفر	صفر	صفر
٠.٩٥	٠.٠٠١	٩٠٠	٠,٩٠٠	صفر	صفر
	١.٠٠٠		٠,٩٠٠ جنيه		٤٥٦,٣٠٠

جدول (٢٥)

من بيانات الجدول (٢٥) السابق ، نجد أن النتيجة واضحة للغاية ، فاذا كانت وحدتى الملاحظة للعينة جيدتين ، فان الاجراءالنهائى الأمثل يكون قبول ضبط الآلة (ق١) . والأكثر من ذلك ، أنه نظرا لأن القيمة المتوقعة للمعلومات الكاملة تساوى الآن (٠.٩٠٠ جنيه) فقط ، فيكون من غير المعقول دفع مبلغ (٦,٠٠٠ جنيهات) ثمنا للملاحظة الثالثة . وعلى ذلك يكون القرار الأمثل هنا هو القيام بالاجراء النهائى الأمثل (ق١) .

ويوضح الشكل (٣) التالى جميع الاحتمالات المطلوب مراعاتها فى هذه المشكلة . ويلاحظ أن الأرقام الموجودة فى هذا الشكل تمثل قيم الخسائر المتوقعة للاجراءات النهائية المختلفة ، فى حين أن القرارات المرفوضة معلمة بخطين أفقيين متوازيين للتعبير عن أنهم لا يحتاجون لأية دراسة أخرى .



(شكل ٣)

من شكل (٣) السابق يجب أن يلاحظ أيضا أن الخسائر المتوقعة بالنسبة لبعض أفرع شجرة القرارات تعتبر متساوية مع الخسائر المتوقعة لأفرع أخرى . مثلا قيمة الخسائر المتوقعة للاجراء (ق٢) عند ناتج العينة (ج د) هى نفسها عند ناتج العينة (د جُ) . وبالطبع فان ذلك يعتبر ضروريا ، حيث أن امكانيات الحدوث لكلا من هذين الناتجين للمعاينة متطابقين . كذلك من الواجب ملاحظة عدم وجود أية امكانية تحبذ أخذ وحدة ملاحظة رابعة .

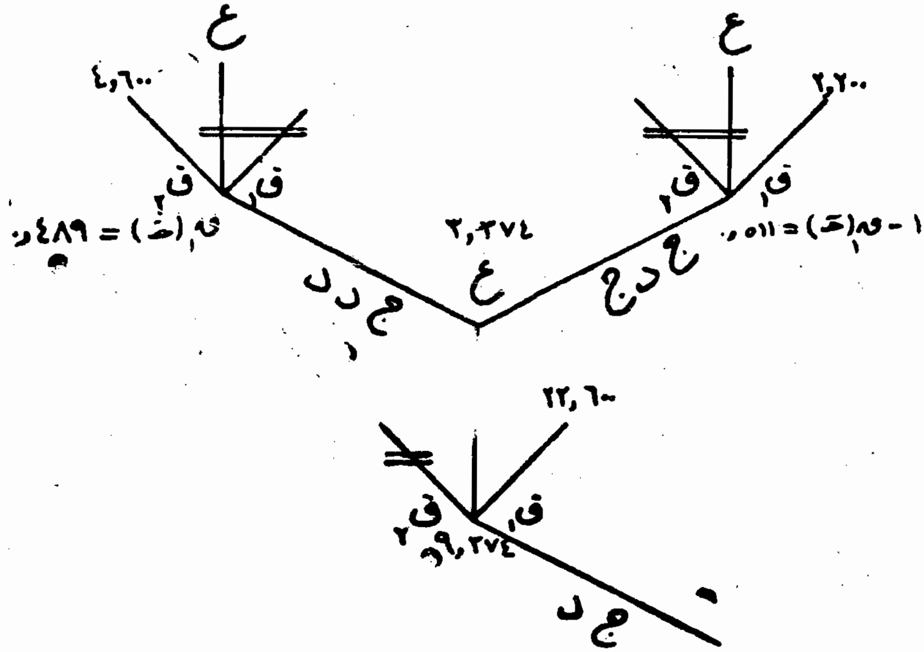
وفى هذا المجال يلاحظ أن انشاء أو تكوين شجرة القرارات يعتبر فقط المرحلة الرئيسّية الأولى من مرحلتى تقرير أو تحديد الاجراءات المتتابعة المثلى ؛ ففى حين أنه من السهل تقرير أى من الاجراءات النهائية يعتبر أمثلا بمعلومية أى ناتج محدد للمعاينة ؛ فان مشكلة المفاضلة بين الاجراء النهائى الأمثل والاستمرار فى المعاينة مازالت باقية بدون حل حتى الآن .

قرار المعاينة : The Decision to Sample

وبالرغم من أن الخسائر المتوقعة قد حددت بالنسبة لكل واحد من الاجراءات النهائية الممكنة ؛ الا أن ذلك لم يجرى حتى الآن بالنسبة لقرارات المعاينة . وتعرف الطريقة التى يتم بها ذلك باسم « الاستنتاج العكس ' Backward Induction » ؛ وهى فى الواقع طريقة مبسطة للغاية يمكن تلخيصها فى الآتى :

بالبدء عند قمة شجرة القرارات ؛ حيث تعتبر الاجراءات النهائية مثلى فقط ؛ ثم بالعمل الى الخلف (الى أسفل) ؛ يمكن حساب الخسائر المتوقعة بالنسبة لجميع قرارات المعاينة ؛ ومن ثم تحديد الخسائر المتوقعة لجميع القرارات الممكنة .

مثلا اذا أخذ الجزء من شجرة القرارات السابقة ، والذى يقع أعلى من ناتج المعاينة (ج د) ؛ والموضح فى شكل (٣) السابق ــ وأعيد رسمه مرة أخرى كما فى الشكل (٤) التالى :



(شكل ٤)

من شكل (٤) يتضح أنه اذا تم فحص وحدتين وكانت أحدهما فقط معيبة ؛ فيوجد قرارين معقولين فقط هما : اما قبــول ضبط الآلة (ق١) ، أو المعاينة مرة أخرى . فاذا تم اتخاذ قرار المعاينة ؛ فيوجد امكانيتين للحدوث : اما أن تكون وحــدة الملاحظة الثالثة جيدة ؛ وفى هذه الحالة يكون القرار الأمثــل اتبــاع الاجراء النهــائى (ق١) ، أو أن تكون هــذه الوحــدة الثــالثة معيبــة ؛ وفى هذه الحــالة يكون القرار الأمثــل اتبــاع الاجراء النهــائى (ق٢) . بالنسبة لامكانية الحدوث الأولى نجد أنها تنطوى على خسائر متوقعة قدرهــا ٢,٢٠٠ جنيه) ؛ فى حين أن امكانية الحدوث الثانية تنطوى على خســائر متوقعة قدرها (٤,٦٠٠ جنيه) . وعلى ذلك تكون قيمة الخسائر المتوقعة لقرار المعاينة ببساطة عبــارةعن مجموع هاتين الخســارتين المتوقعتين بعد ترجيــح كل منهما باحتمال الحصول على الحدث المتعلق بكل منهما (ج أو د) ؛ بمعلومية أن الحدث (ج د) قد وقع فعلا .

مثلا ما هو احتمال أن العينة سوف ينتج عنها وحدة معيبة ، بمعنى أن فرع الشجرة المطلوب هو (ج د د) ؟ والاجابة على هذا السؤال تعنى ببساطة تامة حساب قيمة الاحتمال البعدى لكون وحــدة المعاينة الثالثة معيبة بمعلومية

أن عينة مكونة من وحدتين قد أخذت فعلا وأن الوحدة الأولى منها كانت جيدة والثانية معيبة . ويوضح الجدول (٢٦) التالى حساب هذه الاحتمالات البعدية ، كما يوضح العمود الأخير منه كيفية حساب القيمة المتوقعة البعديه لنسب المعيب [ق١ (ح̄)] .

ح̄	ع.(ح̄=ح)	ع(ج د/ح)	ع(ج د/ح)×ع.(ح̄=ح)	ع١(ح̄=ح)	ح × ع١(ح̄=ح)
٠,٠٥	٠,٢	٠,٠٤٧٥	٠,٠٠٩٥	٠,٠٥٠	٠,٠٠٣
٠,٥٠	٠,٧	٠,٢٥٠٠	٠,١٧٥٠	٠,٩٢٥	٠,٤٦٢
٠,٩٥	٠,١	٠,٠٤٧٥	٠,٠٠٤٨	٠,٠٢٥	٠,٠٢٤
المجموع	١,٠٠٠		٠,١٨٩٣	١,٠٠٠	ق١(ح̄)=٠,٤٨٩

جدول (٢٦)

من الجدول السابق يتضح أن القيمة المتوقعة البعدية لنسب المعيب[ق١(ح̄) = ٠,٤٨٩] . واذا كانت هذه هى القيمة المتوقعة البعدية لنسبة المعيب ؛ فان القيمة المتوقعة لنسبة الواحدات الجيدة يجب أن تساوى :

١ – ق١(ح̄) = ١,٠٠٠ – ٠,٤٨٩ = ٠,٥١١

ومن الممكن التعبير عن النتائج السابقة فى ضوء تكرارات الأجل الطويل كالآتى :

اذا كان القرار هو أخذ عينة أخرى بعد أن تم ملاحظة الحدث (ج د) فعلاً ، فان الخسائر المتوقعة بالقدر (٢,٢٠٠ جنيه) سوف تحدث بنسبة (٥١,١٪) من المرات (أى حالة : ج د ج) ، وأن الخسائر المتوقعة بالقدر (٤,٦٠٠ جنيه) سوف تحدث بالنسبة الباقية (٤٨,٩٪) من المرات . ومن ثم فان القيمة المتوقعة للخسائر التى تحدث بعد المعاينة الجديدة تعادل :

٠,٥١١ × ٢,٢٠٠ + ٠,٤٨٩ × ٤,٦٠٠ = ٣,٣٧٤ جنيهات

وقد تم وضع هذا الرقم (٣,٣٧٤ جنيهات) فوق فرع المعاينة (ع) الممتد من الحدث (ج د) فى شكل (٤) السابق .

كذلك يلاحظ أن اجمالى الخسائر المتوقعة لقرار المعاينة عبارة عن المقدار (٣٬٣٧٤ جنيهات) زائدا تكلفة أخذ العينة ؛ أى أنه يساوى :

٣٬٣٧٤ + ٦٬٠٠٠ = ٩٬٣٧٤ جنيهات

وبما أن الخسائر المتوقعة للاجراء النهائى الأمثل (ق$_1$) تساوى (٢٢٬٠٦٠ جنيه) ؛ فان القرار الأفضل عند الموقع (ج د) يكون عدم اتخاذ الاجراء النهائى ؛ولكن الاستمرار فى المعاينة . وعلى ذلك فان الخسائر المتوقعة للموقع (ج د) هى تلك الخاصة بالقرار الأفضل (٩٬٣٧٤ جنيهات) ؛ وعلى ذلك تم وضع هذا الرقم عند الموضع (ج د) لاظهار هذه الحقيقة .

ومن ناحية أخرى ؛ نجد أنه لتقييم الوضع عند (ج) ؛ يكون من الضرورى أولا اعتبار الحالة (ج ج) أيضا ؛ وذلك كما هو واضح من شكل (٣) السابق . ولكن يلاحظ ــ من الأجزاء السابقة ــ أنه قد حدد فعلا أنه اذا حصل على ناتج العينة (ج ج) ؛ فان أفضل القرارات الممكنة يكون عبارة عن اتباع الاجراء النهائى الأمثل (ق$_1$) ، ويرفض الاستمرار فى عملية المعاينة . ومن ثم فان الخسائر المتوقعة والمتعلقة بالموضع (ج ج) هى تلك الخاصة بالاجراء (ق$_1$) والتى تعادل (٦٠٠٬٠ جنيه) . وبضم هذه النتيجة مع النتيجة الخاصة بالموضع (ج د) ــ السابق حسابها ــ يصبح من الممكن الآن تقييم القرار عند الموضع (ج) ؛ أى تقيم الوضع بعد معاينة وحدة واحدة ووجدت جيدة .

ان الطريقة الممكن بها اجراء ذلك هى فى الواقع نفس الطريقة التى أتبعت لتقيم الوضع عند (ج د) ؛ وبمعنى آخر حساب قيم الاحتمالات البعدية [ع$_1$ (ح / ج) ، ع$_1$ (ح / د)] أولا ــ وذلك كما هو موضح فى الجدول (١٣٢) السابق ، ثم حساب القيمة المتوقعة البعدية لنسبة المعيب [ق$_1$ (حَ)] كما فى الجدول (٢٧) التالى ؛ ومنها يمكن أيضا حساب القيمة المتوقعة البعدية لنسبة الوحدات الجيدة .

ح̄	ع١(ح/ج) = ع١(ح̄ = ح)	ح × ع١(ح̄ = ح)
٠٫٠٥	٠٫٣٤٩	٠٫٠١٨
٠٫٥٠	٠٫٦٤٢	٠٫٣٢١
٠٫٩٥	٠٫٠٠٩	٠٫٠٠٩
المجموع	١٫٠٠٠	٠٫٣٤٨

(جدول ٢٧)

من الجدول (٢٧) السابق ؛ يتضح أنه بعد ملاحظة الحدث (ج) فعلا فى أول عمليـة معاينة ، فان احتمال انتاج العينة الثانية وحدة معيبة [ف١(ح̄١)] يعادل (٠٫٣٤٨) ، وأن احتمال كون هذه الوحدة الثانية جيدة يعادل [١ ــ ف١(ح̄١) = ١ ــ ٠٫٣٤٨ = ٠٫٦٥٢] . وبالنسبة للاحتمال الأول ، فان خسائره الشرطية المتوقعة تساوى (٩٫٣٧٤ جنيهات) ؛ بينما الخسائر المتوقعة بالنسبة للاحتمال الثـانى تساوى (٠٫٦٠٠٠ جنيه) .

وعلى ذلك تكون الخسائر المتوقعة بعد المعاينة تساوى الاتى :

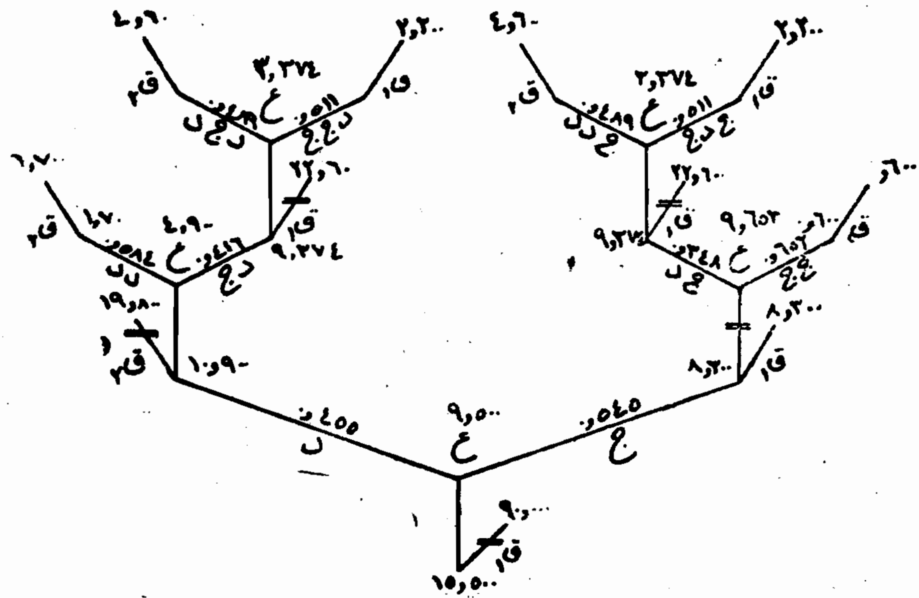
٠٫٣٤٨ × ٩٫٣٧٤ + ٠٫٦٥٢ × ٠٫٩٠٠ = ٣٫٦٥٣ جنيهات

وأن الخسائر المتوقعة لقرار المعاينة يكون على ذلك مساويا للاتى :

٣٫٦٥٣ + ٦٫٠٠٠ = ٩٫٦٥٣ جنيهات

وحيث أن الخسائر المتوقعة للاجراء النهائى الأمثل (ق٣) عند الموضع (ج) تعتبر أقل من ذلك (٨٫٣٠٠ جنيهات) ؛ فيجب عدم أخذ العينة .

ويوضح الشكل (٥) التالى نتائج جميع مثل هذه الحسابات ؛ مع ملاحظة أن الشكل (٥) هذا يماثل الشكل (٣) السابق ؛ فيما عدا أن كل الاجراءات النهائية التى اتضح أنها مرفوضة فى شكل (٣) وقد أستبعدت تماما عند رسم الشكل (٥) .



شكل (٥)

من شكل (٥) يلاحظ أن القرار الأفضل الأساسى عبارةعن أخذ عينة من وحدة واحدة فقط ، فاذا اتضح أن هذه الوحدة جيدة ، فان الاجراء (ق١) يجب اتباعه ولا تأخذ أية عينة أخرى . ولكن ذلك لا يكون صحيحا اذا اتضح أن وحدة المعاينة الأولى هذه كانت معيبة . فطبقـا للنواتج الأخـرى لعمليـة المعاينة ، يمكن توقع حدوث بعض المناسبات التى تتطلب معاينة ثلاث وحـدات قبل تحديد الاجراء النهائى . وفى الواقع ، نجد أن احتمال الوقوع فى مثل هـذه الحالات يعادل (٤٥٥ر٠ × ٤١٦ر٠ = ١٨٩ر٠) . وبمعنى آخر ، اذا نظر الى تكرارات الأجل الطويل ، فان معاينة الوحدة الثالثة يعتبر مثاليا بنسبة (٤١٫٦٪) من (٤٥٫٥٪) من المرات . وبالمثل فان معاينة وحدتين يعتبر تصرفا مثاليا بنسبة (٤٥٫٥٪) من المرات ، وعلى الأقل يجب معاينة وحدة واحدة فى كل حالة . ومن ذلك يمكن الآن حساب التكاليف المتوقعة للمعاينة ، كما هو موضح فى الجـدول (٢٨) التـالى :

العينة	الإحتمال	التكلفة	التوقع
١	١,٠٠٠	٦,٠٠٠	٦,٠٠٠
٢	١,٠٠ × ٠,٤٥٥ = ٠,٤٥٥	٦,٠٠٠	٢,٧٠٠
٣	١٠٠ × ٠,٤٥٥ × ٠,٤١٦ = ٠,١٨٩	٦,٠٠٠	١,١٠٠
المجموع			٩,٨٠٠ جنيهات

جدول (٢٨)

وأخيراً يتضح أن الخسائر النهائية المتوقعة يمكن تقديرها كالآتى :

١٥,٥٠٠ ــ ٩,٨٠٠ = ٥,٧٠٠ جنيهات

حيث أن مبلغ (١٥,٥٠٠ جنيه) يمثل اجمالى الخسائر المتوقعة ؛ بما فى ذلك تكلفة المعاينة ؛ والموضح فى شكل (٥) بالنسبة لقرار المعاينة الابتدائى . وفى نفس الوقت يكون حجم العينة المتوقع معادلا للآتى :

$$ف_{(ﻫ)} = \frac{٩,٨٠٠}{٦,٠٠٠} = ١,٦ \text{ وحدة}$$

وفى ختام هذا المجال ؛ يلاحظ أنه لكى يكون أسلوب القرارات المتتابعة أفضل من اجراء العينة الفردية ــ وكما سبق شرحه ــ فيجب أن تكون الخسائر النهائية المتوقعة باستخدام هذا الأسلوب أقل من تلك الخسائر التى تتحمل باستخدام أية عملية معاينة فردية . وللتحقق من صحة ذلك ؛ افترض أولاً أن الاجراء النهائى يتبع دائما بعد أخذ عينة مفردة حجمها (ﻫ = ١) . فباستخدام الحسابات الموجودة فى الجدولين (٢٢ ، ٢٣) ، وتطبيق الطريقة السابق شرحها بخصوص العينات المفردة ؛ فان الخسائر المتوقعة طبقا لهذا الأسلوب يمكن حسابها كما هو موضح فى جدول (٢٩) التالى :

ناتج العينة ر	ح (ر = ر)	الإجراء النهائى الأمثل	خسائر الإجراء النهائى الأمثل: الشرطية	خسائر الإجراء النهائى الأمثل: المتوقعة
٠	٠٫٥١٥	ق١	٨٫١٠٠	٤٫٤١٠
١	٠٫٤٥٥	ق	١٩٫٨٠٠	٩٫٠١٠
المجموع	١٫٠٠٠			١٣٫٤٢٠ جنيه

جدول (٢٩)

من الجدول السابق يتضح أن ؛ اجمالى الخسائر المتوقعة ؛ بما فى ذلك تكلفة العينة ، تعادل :

$$١٣٫٤٢٠ + ٦٫٠٠٠ = ١٩٫٤٢٠ \text{ جنيها}$$

وبما أن اجمالى الخسائر المتوقعة فى حالة اتباع أسلوب الاجراءات المتابعة أقل من ذلك (١٥٫٥٠٠ جنيها) ؛ فيمكن الحكم بأن هذا الأسلوب الأخير (أسلوب الاجراءات المتابعة) يعتبر أفضل .

وبنفس الطريقة . يمكن اجراء نفس الحسابات السابقة لحالة (ن = ٢) ؛ حيث نجد أن الخسائر النهائية المتوقعة تعادل مبلغ (٩٫٣٢٠ جنيهات) ؛ ومن ثم يكون اجمالى الخسائر المتوقعة (بما فى ذلك تكلفة المعاينة) تساوى :

$$٩٫٣٢٠ + ١٢٫٠٠٠ = ٢١٫٣٢٠ \text{ جنيها}$$

فان ثم فان مقدار الخسارة فى هذه الحالة يكون أكبر من حالة (ن = ١) . وأكثر من ذلك ؛ أنه بالنسبة لأية عينة حجمها (ن ≥ ٣) تكون تكلفة المعاينة وحدها أكبر من اجمالى الخسائر المتوقعة الناتجة عن استخدام أسلوب الاجراءات المتابعة .

ومع كل ؛ لا يجب دائما فهم ذلك على أنه يعنى أن طريقة الاجراءات المتابعة تعتبر المثالية فى جميع الحالات . مثلا قد تكون التكلفة الحدية لملاحظات

أخرى أقل فى حالة استخدام أسلوب العينة المفردة عنه فى حالة استخدام طريقة الاجراءات المتتابعة ، ومن ثم تمحى كل مميزات الطريقة الأخيرة .

ان الصعوبة الرئيسية التى يتميز بها هذا الأسلوب (أسلوب الاجراءات المتتابعة) بالمقارنة بطريقة العينة المفردة ، يتمثل فى الحجم الكبير من العمليات الحسابية الذى يتطلبه هذا الأسلوب . وبالطبع فان المثال الذى استخدم فى شرح هذا الأسلوب قد تم اختياره بالذات لأن حجم شجرة القرارات الناتجة يعتبر صغيرا للغاية ، ويرجع ذلك ــ بصفة أساسية ــ الى القيم المفترضة التى يمكن أن يأخذها المتغير العشوائى (حـ) . ولكن فى الأحوال العادية سوف تكون العمليات الحسابية اللازمة لحل المشكلات طويلة ومعقدة للغاية ، وان كان من الممكن التغلب على هذه الصعوبة عن طريق استخدام الحاسبات الالكترونية . كذلك قد يكون من الممكن فى بعض الحالات الوصول الى اجراء بعض الاختصارات فى هذه العمليات الحسابية . ويمكن الوصول الى أول هذه الطرق عن طريق ملاحظة أن الاحتمالات الفردية تأخذ فى الصغر بدرجة كبيرة كلما ارتفعنا الى أعلى شجرة القرارات . فاذا كان من الممكن عمل تخمين معقول لمقدار الخسائر فى أعلى المستويات ، فمن الممكن الاقتراب كثيرا من القرارات المثلى عند المستويات الأدنى دون اجراء الحساب الفعلى للخسائر عند أعلى المستويات . وحتى مع ذلك ، قد يكون من الصعب أيضا اجراء جميع العمليات الحسابية المطلوبة بالطرق العادية . أما الطريقة الثانية الممكن اتباعها لاختصار حجم العمليات الحسابية فتكون عن طريق تحديد عينات حجمها أكبر من (١=ن) بالنسبة لكل خطوة من خطوات الاجراءات المتتابعة . وبالطبع من المرجح فى هذه الحالة بدرجة أكبر أن ينحرف متخذ القرارات عن الاجراء الأمثل كلما كبرت أحجام العينات الفردية .

ملحوظة ختامية :

بالرغم من أن كثير من الموضوعات المتعلقة باحصاءات بيز وكيفية استخدامها فى اتخاذ القرارات قد تناولها هذا البحث المتواضع بالتحليل والشرح ،الا أن كثير من نواحى هذا الأسلوب قد أغفل ذكرها بالضرورة ليتناسب هذا البحث مع مقدره معظم القراء ، خاصة من طلبة كليات التجارة . ومع كل فان معظم هذه النواحى يعتبر فى الواقع تنقيحا وزيادة تفصيلية فقط على المبادىء والأساليب الأساسية السابق مناقشتها . ولكن ما قد ينقص هذا البحث بدرجة أكثر قد يكون تركيزه بدرجة أكبر على الأساليب بالمقارنة بالأسس النظرية وراء تحليل بيز . ولكن فى مواجهة هـذا النقص ودفاعا عنه ، يمكن القول بأن الفهم الحقيقى لهذه الأسـس النظرية يتطلب توجيه انعكاس واتباه دقيق لأنواع مشكلات القرارات التى يقدمها العالم الحقيقى .

واخيرا فان الباحث يأمل أن يكون هذا البحث قد أخطر الطالب والقارىء ، على الأقل ، بوجود هذا النوع من أسـاليب التحليل عندما تواجهه هـذه المشكلات .

REFERENCES

— Mood, Alexander M., Graybill, Franklin A., *Introduction to the Theory of Statistics*, 2nd ed., McGraw-Hill Book Company, Inc., New York ,1963.

— Filler, William. *An Introduction to Probability Theory and its Applications*, Vol. I 2nd ed. John Wiley & Sons, Inc., New York 1962.

— Guenter, William. *Concepts of Statistical Inference*, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1965.

— Wallis, W. Allan, and Roberts, Harry V., *Statistics — A New Approach*, 11th ed., The Free Press of Glencoe, New York, 1964.

— Schlaifer, Robert, *Probability and Statistics for Business Decisions*, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1959.

— Roberts, Harry V., *Statistical Inference and Decision*, Mimeographed, University of Chicago Press, Chicago, 1962.

— Cramer, H., *The Elements of Probability Theory and Some of Its Applications*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1955.

— Kolmagaroof, A.N., *Foundations of the Theory of Probability*, 2nd ed., Chelsea Publishing Company, New York, 1950.

— Parzen, E., *Modern Probability Theory and Its Application*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1960.

— Bramk, H., *An Introduction to Mathematical Statistics*, Ginn & Company Boston, 1960.

— Hogg, R. and Caong, A., *Introduction to Mathematical Statistics*, The MacMillan Company, New York, 1959.